

# 因数分解を対象とした作問学習演習システムの 実践利用

榎本 浩義\*, 山元 翔\*\*, 林 雄介\*, 平嶋 宗\*

## Practical Use of Problem-Posing Exercise System for Factorization

Hiroyoshi ENOMOTO\*, Sho YAMAMOTO\*\*, Yusuke HAYASHI\*, Tsukasa HIRASHIMA\*

### 1. はじめに

本稿では、筆者らが設計開発した、因数分解を対象とした作問学習演習システム<sup>(1)</sup>(以降、「本システム」と呼ぶ)の実践利用とその結果について報告する。

作問学習は広く有効性が認められている学習方法であるといえ、多くの研究例がみられる<sup>(2)~(6)</sup>。算数・数学においては特に研究が盛んといえ、各種学習課題についての適用例がある<sup>(7)~(11)</sup>。しかし、因数分解への作問学習の適用は、少数の実践例<sup>(12)</sup>を除いてはほとんどみられておらず、システム化した例も、筆者らの研究<sup>(1)</sup>以外にはみられない。

本システムは、因数分解の作問学習を成立させるうえでの考察に基づき、ある公式に従って因数分解可能な数式を作るという作問学習演習(以降、「本演習」と呼ぶ)をシステム化したものである。すでに大学生を対象として予備実験が済んでおり、被験者となった大学生にとっては利用可能で、一定の学習効果もみられている。しかし、実際の教育現場での利用可能性については未検証であった。

本実践利用では、本システムが実際の教育現場で利用可能で、本演習が因数分解を学習するうえで有用な演習として学習者と教員に受け入れられることの確認を目的として、中学3年生1クラスを対象に1時限の授業内で本システムを利用し、利用結果の分析を行った。

分析の結果、本システムの教育現場での授業利用の可能性が示せた。まず、本システムを用いた継続的な作問活動が観測でき、中学3年生を対象とした演習として実施可能であることが確認できた。また、作問をするうえで発生した誤りも、初期は本システム利用上の誤り、本演習の形式上の誤りが多くみられたが、それらはすぐに減り、因数分解としての難しさと思われるものが残ったことから、本演習が因数分解の能力を要求するものであることが示唆された。学習者に対するアンケートでは、本システムが利用可能で、因数分解を学習するうえでも有用と感じてもらえたことが示唆された。教員へのヒアリングからも、本実践利用に授業時間を割り当てたことの価値が確認できたとの感想が得られた。これらの結果は、実践利用として速報的な意義があると判断している。

なお、本実践利用は1時限、1クラスの試験的な利用であったが、学校側より有用なものと判断していただけで、必要に応じた課題の種類・量の追加やインターフェースの改良、および授業への組み込み方を検討している段階である。この試みについての報告は、運用の仕方、および学習効果の測定結果まで含めて、別途報告する予定である。

### 2. 因数分解を対象とした作問学習演習

本システムは、図1に示す画面をもつAndroidタ

\* 広島大学大学院工学研究科 (Graduate School of Engineering, Hiroshima University)

\*\* 近畿大学工学部 (Faculty of Engineering, Kindai University)

受付日: 2020年1月20日; 再受付日: 2020年3月31日; 採録日: 2020年4月24日



図1 システム画面（演習2）

タブレットアプリケーションである。学習者が本演習を行うための機能として、例題と問題の提示、解答入力、作問結果と解答の診断、診断結果に基づくフィードバック表示、を備えており、学習者の操作ログはタブレット内に保存される。

本演習は、演習1、演習2、演習3の三つからなる。演習1は、ある公式を使って解くことができる因数分解の計算問題であり、後続の作問演習の前提となる。演習2は、本システムが提示した例題（ある公式を使って解ける因数分解の計算問題）とその解き方を把握したうえで、同じく本システムが提示した問題（ただし、因数分解できないようになっている計算問題）を、例題の解き方で用いているのと同じ公式を使って因数分解できるように、1カ所変更して解く。演習3は、2カ所以上を変更して解くほかは、演習2と同じである。

図1は演習2の例である。(1) 学習者はまず、例題とその解き方「 $2x+2y=2(x+y)$ 」を見て、共通因数くり出しの公式  $ax+ay=a(x+y)$  の適用例を把握する。(2) 次に、因数分解できないようになっている問題「 $4x+5y$ 」を、共通因数くり出しの公式が適用できるように変更する。初期状態では「4」、「x」、「+」、「5」、「y」からなる問題が表示されており、そこから学習者は「4」等をタッチして変更する。例えば「 $5y$ 」の「5」をタッチすると、本システムが用意した選択肢「4」と「5」が表示される。ここで「4」を選ぶと、問題の式は「 $4x+4y$ 」となり、共通因数くり出しの公式を適用して因数分解できるようになる。問題の式でタッチ可能な5個所には各2個の選択肢があり、作成可能な問題数は  $2^5=32$  パターン

表1 システムによる演習課題

問題	対応する公式と演習課題
1	$ax+ay=a(x+y)$ (演習1) 課題式： $3x+3y$ ， 解答： $3(x+y)$ (演習2) 課題式： $4x+5y$ ， 解答例： $5x+5y=5(x+y)$ (演習3) 課題式： $4x+5y$ ， 解答例： $6x+6y=6(x+y)$
2	$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$
3	$x^2-y^2=(x+y)(x-y)$
4	$x^2+2ax+a^2=(x+a)^2$
5	$x^2-2ax+a^2=(x-a)^2$

で、正解は「 $4x+4y$ 」、「 $5x+5y$ 」である（なお、演習3では、数字が9種類選べるようになっており、作成できる問題は  $9 \times 2 \times 9 \times 2 = 648$  パターンとなり、2個所以上変更を考慮すると14個の正解がある）。(3) そして解答として「 $4(x+y)$ 」を入力したのが、図1の状態である。(4) この後、答え合わせのボタンをタッチすると、正誤判定、フィードバック表示が行われ、正解であれば次の演習に進むことができる。解答を間違った場合に表示されるフィードバックは、因数分解の計算が間違っている、問題の式を変更していない、因数分解できない問題を作っている、因数分解できる問題を作ったが適用できる公式が例題と異なる、等である。

本システムでは現在、因数分解の公式は中学校範囲の5種類の公式に基づく5問（表1参照）が実装されている。各問題には、本演習を構成する三つの演習があるので、全体では5問×3演習の演習を行うことになる。表1の問題1については、各演習における課題式と解答(例)を記載した。なお、演習の内容とシステム動作は文献<sup>(1)</sup>と同じである。

### 3. 実践利用

本システムの利用者は、中学3年生1クラス37名である。当該校は私立中高一貫校であり、高校については多くの生徒が大学に進学しており、また、当該校では発展・標準の二つのカテゴリに分けた習熟度別ク

ラス編成を行っており、当該クラスは、習熟度が高い発展のカテゴリに属するクラスである。したがって、中学生一般に比しては上位に属する学力を持った学習者群の利用であると判断している。利用対象の選定にあたっては、本システムの初めての実践利用であること、また、因数分解についてすでに習った学習方法とは異なる学習方法であることを考慮し、因数分解を既習となる中学3年生、あるいは高校生での利用を筆者らが提案し、数学担当教員に本システムを利用してもらったうえでの相談を経て、当該クラスでの利用を行うことになった。

実践利用は1時限（50分間）で実施した。利用内容は、担当教員および筆者らによる本システムの使い方のPowerPointでの説明・タブレット配布10分程度、演習30分程度、アンケート5分程度、である。なお、本演習の課題の分量では、時間が余る生徒がいる可能性があること、およびその時間についても何らかの活動を提供することが必要とのことが事前の相談において指摘されていたことから、本演習を一通り終えた学習者に対して、(i)本システムを再度利用すること、のほかに、(ii)別の演習（小学校において授業利用の実績がある算数工夫計算作問学習演習システム<sup>(11)</sup>）、を利用できるようにした。なお以降、この別の演習は「工夫計算演習」と呼ぶ。

授業は、数学担当教員、クラス担当教員他3名の教員の見学のもと、筆者らによって進行された。冒頭の生徒への説明は筆者の一人が行い、まず、(1)本演習の課題5問×3演習に取り組むことが必須であると指示した。次に、(2)本演習を一通り終えた場合には、再度取り組むように指示した。この際、本演習では複数個の正解があり得るので、1回目と異なった正解を見つけることに努めるように指示した。さらに、(3)時間が余れば、工夫計算演習に取り組むことができる旨を説明した。この際、(2)を行うことが必須であることを強調しなかったため、(2)を行わずに(3)を行った学習者がみられたが、(1)は済ませたうえでのことであったため、そのまま継続させた（ログ分析の結果から、(2)を行わなかったのは37名中5名であり、全員(1)を済ませていることが確認された）。

タブレットを学習者に配布した後は独力で本演習あ

るいは工夫計算演習を行ってもらい、学習者からの質問があれば3名のTAが随時対応した。対応の内容は、本演習の進め方の説明、フィードバックの説明などである。

本実践利用は、試験的に1時限だけのシステム利用であったので、限られた時間内での最大限の本システム利用を目指したため、利用時間内でのプレテスト、ポストテストは実施していない。また、実践利用の決定時期と学校側の授業スケジュールの都合上、別日程でのプレテスト、ポストテストも実施していない。

## 4. 結果の分析

### 4.1 分析方針

本章では、(1)本演習への取り組み状況、(2)本演習の正解率と誤り、(3)本演習に対する学習者と教員の感想、の分析を通して、本演習が有用なものとして受け入れられたかどうかを検討する。

### 4.2 演習への取り組み状況

37名中36名の学習者が本演習の全課題を終えた。本演習を一通り終えた後は、本演習に再度取り組んでいるか、もう一つ用意した工夫計算演習に取り組んでいるかであった。本演習に取り組んだ時間は、再度の利用も含めると平均で23分33秒であった。本演習を終えることができなかった1名については、演習時間を通じて(33分利用)、第1問を繰り返し取り組んでおり、この際、可能なさまざまな数式を作っており、同一の式を何回も作るなどの無駄な活動をしているわけではなかった。また、正解率も80%以上であった。このため、作問活動としては他の学習者と遜色なかったといえる。なお、指示通りの操作をしていなかったことから、以降の分析から除いている。

本演習に取り組んだ時間の分布は図2のようになり、比較的短時間しか本演習に取り組まなかった学習者が存在し、このような学習者が本演習を有用なものとして受け入れたかどうか危惧される。そこで、平均利用時間付近の人数が少ない一方で、利用時間が19分の人数、33分の人数がそれぞれ9名と最多になっているため、平均利用時間に比べて長時間利

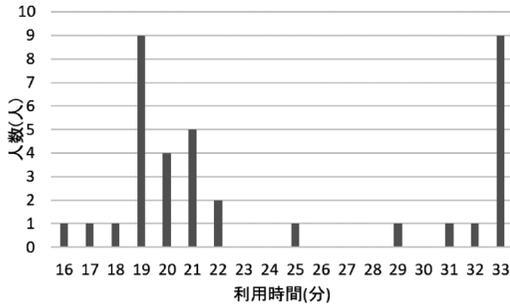


図2 本システム利用時間分布

用した学習者（13名）を長時間利用群，短時間利用した学習者（23名）を短時間利用群として，分析を行った．なお，次節以降においてもこの二群に分けての分析を行っている．

本演習への取り組みが継続的に行われていたことを確認するため，取り組み時間を10分ごとに区切って，解答回数（計算，作問後に答え合わせボタンを押した回数）を調べると，長時間利用群では，最初の10分が9.6回，次の10分が14.3回，最後の10分が11.5回であった．短時間利用群では，最初の10分が9.3回，次の10分が14.7回であった（なお，両群とも最後の10分未満は他の区間との比較が難しいと考えたので，分析対象としていない）．これらのことから，適切といえる時間当たりの解答回数を現時点では不明であるものの，20分以上にわたって演習に継続的に取り組んでいることが確認できた．

なお，長時間利用群13名のうち11名，短時間利用群23名のうち19名が再取り組みをしていたので，再取り組みの有無によって取り組み時間の違いが生じているわけではない．また，本演習に取り組んだ後，時間があれば取り組むよう指示した工夫計算演習については，長時間利用群のうち10名が取り組んでおり，うち6名が全演習を終えていた．一方，短時間利用群は全員がこの演習に組み，うち19名が全演習を終えていた．これらのことから，本演習に取り組んでいない残りの時間においては，この工夫計算演習に取り組んでおり，授業内の空き時間は生じていなかったと判断している．

### 4.3 正解率と誤り

再取り組みも含めた正解率（正解）/（正解＋間違い）

をみると，長時間利用群は72.2%，短時間利用群は87.3%であった．正解率の違いについてウィルコクソンの順位と検定で検定したところ，有意差があった（ $p < .01$ ）．このことから，短時間利用群のほうが因数分解の作問に関しては能力が高かったことが示唆される．1回目の取り組み，再取り組みとなる2回目以降の取り組みの正解率は，長時間利用群は71.1%，79.0%，短時間利用群は88.5%，87.0%であり，7割から8割の正解率が得られている．各群の1回目の取り組みと2回目以降の取り組みの正解率の違いについてウィルコクソンの順位と検定で検定したところ有意差はなかった．したがって，再取り組みを進めることによる正解率の上昇・下降が生じているわけではないと判断している．なお，再取り組みを行っていない学習者もいるため，以降の分析は1回目の取り組みについて行う．

本演習では，本システムが用意した選択肢を選ぶことによって作問を進めるので，ランダムな解答（公式を使えるか，因数分解できるかを考えず，選択肢をランダムに選んで解答すること）が可能であるが，図1に示す演習2を例にとると，作成可能な問題は32パターンあり，そのうち2個が正解となるため，ランダムな解答で正解する確率は6%である．7割から8割の正解率は，ランダムな解答では実現困難であり，学習者は自身の持っている因数分解の知識を用いて解答していることを示している．

演習別の正解率を長時間利用群，短時間利用群の順で示すと，演習1が93.1%，98.3%，演習2が80.1%，92.2%，演習3が83.8%，91.6%であった．演習1が最も正解率が高く，次いで演習2あるいは演習3の順となっている．各群の演習2と演習3の正解率の違いについてウィルコクソンの符号順位検定で検定したところ，有意差はなかった．演習1は計算問題なので，正解が算出できればよく，正解率が最も高いのは予想される結果である．演習2，演習3の作問演習は，演習3のほうが難しい演習となっている．例えば，図1に示す共通因数くくり出しでは，問題式を1個所変更して作問する演習2の場合，上述のように32パターンのうち2個の正解がある．2個所以上の変更が必要な演習3では，作成可能な問題は648パターンあり，そのなかに14個の正解が含ま

表3 間違い数

	利用群	演習 1	演習 2	演習 3
解答方法の間違い	長時間	—	31	11
	短時間	—	10	14
	全体	—	41	25
手順遂行の間違い	長時間	11	10	1
	短時間	4	3	3
	全体	15	13	4
知識適用の間違い	長時間	—	14	16
	短時間	—	10	5
	全体	—	24	21

れる。したがって演習2よりも難しくなっているが、正解率に有意差を伴う下降はなく、難しい作問演習でも正解率が維持できていると考えられる。

間違いの総数は143個で、内訳は表3のとおりであった。解答方法の間違いは、作問演習での問題変更の仕方間違い（問題の式を変更していない、演習3において1箇所しか変更していない）である。これらは全体では、演習2では41個だが、演習3では25個に減っており、演習のやり方をつかむことによって、間違いが減少していると考えられる。手順遂行の間違いは、計算の間違いであり、正しく作問できたが解答の計算を間違った場合も含む。知識適用の間違いは、作問の誤りであり、因数分解できない問題を作った、あるいは、使う公式が例題と異なる問題を作った間違いである。

全体で演習2と演習3の間違い数を比較すると、解答方法の間違いは41個から25個、計算間違いは13個から4個と減少しているが、知識適用の間違いは24個、21個と継続して現れている。このことは、本演習の課題のような、基本公式に基づく比較的容易な因数分解であっても、計算の対象ではなく作問の対象とした場合は、必ずしも容易ではないことを示していると考えられ、本演習が因数分解の能力を要求するものであることを示唆していると考えられる。

長時間利用群と短時間利用群で間違い数を比較すると、長時間利用群では、解答方法の間違いは31個から11個、手順遂行の間違いは11個、10個、1個と、

演習を進めるにつれて半数以下に減っているが、知識適用の間違いは14個から16個と、継続して現れている。短時間利用群では、解答方法の間違い、手順遂行の間違いは大きな増減がなかったが、知識適用の間違いは10個から5個となり、半減している。このことは、長時間利用群よりも短時間利用群のほうが、因数分解を作問の対象とした場合の難しさに適切に対応ができていたことを示唆している。

#### 4.4 学習者と教員の感想

学習者に対するアンケートは回答対象を明確にするために、本演習用、工夫計算演習用で別になっており、ここでは本演習用のアンケート結果を分析する。アンケートでは六つの質問を4件法で回答してもらっており、以下、質問の内容、肯定的回答の割合を長時間利用群、短時間利用群の順で次に示す。(Q1) システムは、使いやすかった(92%, 91%), (Q2) 問題の変形あるいは計算を間違えた場合、どこを間違えたかすぐにわかった(77%, 87%), (Q3) 問題の変形あるいは計算を間違えた場合、どういう間違いをしたかすぐにわかった(77%, 96%), (Q4) 因数分解できない問題を因数分解できるようにすることは、簡単だった(92%, 96%), (Q5) 因数分解できるようにする演習は、因数分解をするうえで役に立つ(92%, 96%), (Q6) 演習を通じて、因数分解に対する理解が深まった(100%, 96%)。

Q1, Q4, Q5に関しては、両群ともに肯定的回答の割合は90%以上であった。この結果からは、本演習が実行可能であり、因数分解を学習するうえにおいても有益な活動であると感じてもらえたことが示唆された。また、授業終了直後に授業を通して見学した数学担当およびクラス担当の教員2名と本実践利用に関する振り返りの時間を持ったが、本システムを使わずに同等の作問学習を行うことは難しく、したがって1時限を割り当てて利用したことには価値があった、との感想が口頭で得られた。これらのことから、実践利用としての有用性を示唆する結果が得られたと判断している。

一方、間違いに対する把握を聞いたQ2, Q3については、有意差はみられなかったものの、長時間利用群において短時間利用群よりも肯定的回答が少なかつ

た。これは、長時間利用群によって演習における間違いの把握が難しかったことを示唆する。これは、正解率や誤りの分析結果とも一致し、長時間利用群にとっては短時間利用群よりも、本演習が難しいものであったことが示唆される。

#### 4.5 実践利用まとめ

短時間利用群は、取り組み時間は比較的短いものの、正解率が高く、誤りも少なかったといえ、また、アンケートの結果については、誤りの把握度合いも含めて肯定的回答が高かった。このことから、短時間利用群にとっては、この演習が有用な活動として受け入れられたといえ、取り組みが短時間であったことは、演習の内容が比較的簡単であったことが理由と考えられる。このような学習者に対しては、(1) 同一公式に対する課題を増やす、(2) 取り扱う公式を増やす、(3) 作問自体の難化（複数の作問を行わせるなど）などで対応することができると考えている。

長時間利用群については、短時間利用群よりも長時間演習に取り組んだことから、比較的熱心に演習に取り組んだと考えられ、アンケート結果からもそのことが伺われる。このことから、長時間利用群においてもこの演習が有用な活動として受け入れられたといえる。しかしながら、正解率と誤り、およびアンケートにおける Q2, Q3 の結果は、演習が比較的難しかったことを示唆しており、誤りに対するフィードバックなどの演習支援機能の改良の必要性が示されたと考えている。

#### 5. まとめ

本稿では、筆者らが設計開発した因数分解作問演習を、中学3年生を対象に実践利用した結果を報告した。演習に対する取り組み状況、正解率と誤り、および学習者と教員の感想から、本演習が実践利用する価値があるものであることが確認できたと判断している。

本実践利用は1時限のみの試験的な利用であったため、授業と連動しておらず、学習効果測定のためのプレテスト、ポストテストも行っていないが、現在、本システムの授業内利用のための演習の拡張およびシ

ステムの手直しを行っており、授業と連動した複数時限での利用、および学習効果の測定を今後行う予定である。また、学習者の演習状況を把握できる教員用システムの開発も予定している。

#### 参考文献

- (1) 榎本浩義, 林 雄介, 平嶋 宗: “因数分解を対象とした作問学習演習システムの設計開発と実験的利用”, 教育システム情報学会誌, Vol. 37, No. 2 (2020) (印刷中)
- (2) 高木正則, 田中 充, 勅使河原可海: “学生による問題作成およびその相互評価を可能とする協調学習型 WBT システム”, 情報処理学会論文誌, Vol. 48, No. 3, pp. 1532-1545 (2007)
- (3) 平井佑樹, 樋山淳雄: “作問に基づく協調学習支援システムとその分散非同期学習環境への適用”, 情報処理学会論文誌, Vol. 49, No. 10, pp. 3341-3353 (2008)
- (4) 小林郁典, 上田伊佐子, 森田敏子: “オンライン型オフィススイートを利用した作問課題”, 徳島大学大学教育研究ジャーナル, No. 16, pp. 8-17 (2019)
- (5) 平嶋 宗: “作問学習に対する知的支援の試みと実践—組立としての作問および診断・フィードバック機能の実現—”, 科学教育研究, Vol. 43, No. 2, pp. 61-73 (2019)
- (6) 竹中真希子, 室田一成: “作問学習を取り扱った先行研究に関する基礎的研究—先行研究で採用されている作問の方法—”, 大分大学教育学部研究紀要, Vol. 40, No. 1, pp. 133-148 (2018)
- (7) Silver, E. A.: “On mathematical problem posing”, For the Learning of Mathematics, Vol. 14, No. 1, pp. 19-28 (1994)
- (8) 中野 明, 平嶋 宗, 竹内 章: “「問題を作ることによる学習」の知的支援環境”, 電子情報通信学会論文誌 D-1, Vol. J83-D-1, No. 6, pp. 539-549 (2000)
- (9) 東本崇仁, 市 将治, 平嶋 宗, 竹内 章: “多桁減算を対象とした作問学習支援環境の設計・開発”, 日本教育工学会論文誌, Vol. 31, No. 1, pp. 61-68 (2007)
- (10) 小島一晃, 三輪和久, 松居辰則: “産出課題としての作問学習支援のための実験的検討”, 教育システム情報学会誌, Vol. 27, No. 4, pp. 302-315 (2010)
- (11) 榎本浩義, 林 雄介, 平嶋 宗: “算数計算式の構造的理解の促進を指向した工夫計算の作問学習演習システムの設計開発と実践的利用”, 電子情報通信学会論文誌 D, Vol. J101-D, No. 12, pp. 1527-1538 (2018)
- (12) 沖山義光: “因数分解の指導法の試み”, 神奈川大学心理・教育研究論集, No. 30, pp. 35-40 (2011)