

学位論文 要約

幼児における数直線上での数の位置の見積りに関する研究

広島大学大学院 教育学研究科
教育人間科学専攻

浦上 萌

目次

第1章 本研究の背景と目的

第1節 就学前後の数直線の見積りの発達

第2節 幼児の数直線の見積りに関する先行研究

第3節 本研究の目的

第2章 数直線の見積りの発達の検討

第1節 幼児の数直線の見積りの特徴 (研究1)

第2節 数直線の見積りにおける計数方略の影響 (研究2)

第3節 数直線の見積りにおける手がかりの効果 (研究3)

第4節 数直線課題と判断課題の比較 (研究4)

第5節 数直線の見積りの縦断的検討 (研究5)

第3章 総合考察

第1節 本研究の成果

第2節 今後の課題

引用文献

第 1 章 本研究の背景と目的

第 1 節 就学前後の数直線の見積りの発達

子どもは就学前から数や量に関するさまざまな経験をしている（丸山・無藤, 1997）。例えば，瓶の中のアメはおおよそいくつ入っているかを判断することや，コップの中に入っている水の量を比較することなど，数や量の扱いは幼いころから盛んに行われている。このような経験は，就学後以降の数や量の理解のもととなるため（山名, 2011），幼児期でどのような数概念と量概念を獲得しているかを示すことは重要であると考えられる。

数概念と量概念の発達に関する研究として，近年，数と量の概念がそれぞれ相互に影響を及ぼしながら，質的に変化するという考え方がある（Case & Okamoto, 1996）。そして，数概念と量概念の発達を検討できる課題としては，数直線課題を用いた研究が注目を集めている。数直線課題は，左端に 0，右端に 100 などが書かれた数直線を提示し，その範囲内にある整数（提示数）の数直線上の位置を見積らせる課題である（Siegler & Opfer, 2003）。数直線の見積りの特徴（型）は，提示数を横軸に，幼児が見積った数直線上の位置を数に変換したもの（以下，見積られた数）を適合する関数によって捉えられる。数直線の見積りは，幼児期における計数や数の保存課題の成績（浦上, 2012），さらに，就学後の加算の成績（Booth & Siegler, 2008）とも関連しており，数量概念の獲得の重要な指標であると考えられる。

現在，数直線の見積りの発達に関しては異なる 2 つの観点から説明されており，両者は別々に捉えられてきた。1 つは，見積りの発達の背後に数量表象の質的変化を仮定する移行による説明で（Siegler & Booth, 2004），数の順序の理解はあるが，隣り合う数が等間隔である理解はない

対数的な数量表象（対数型）から，数の順序の理解と隣り合う数が等間隔である理解の両方がある数量表象（直線型）へ移行することを示している（Figure 1）。さらに直線型に関しては，直線関数を適合した際の傾きの変化に着目し，介入することにより

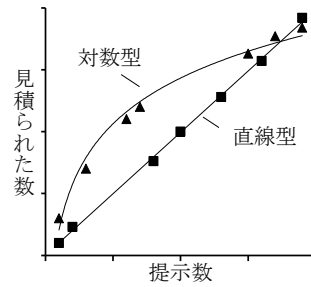


Figure 1. 2種類の数量表象：対数型と直線型

傾きが1に改善されることを示した研究もあり，直線型になっても発達的变化が見られることが示唆されている（Ramani & Siegler, 2008）。もう1つは，数直線上で見積る際の基準点の利用（始点・中点・終点）に着目した比率判断（Barth &

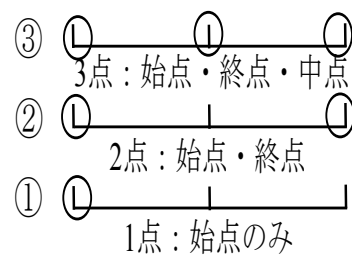


Figure 2. 比率判断における基準点の利用個数の増加

Paladino, 2011) による説明で，Figure 2のように，発達とともに利用される基準点の個数が，1点（始点のみ），2点（始点と終点），そして3点（始点，終点，数直線を2分割した中点）と増加していくと考えられている。

第2節 幼児の数直線の見積りに関する先行研究

Berteletti, Lucangeli, Piazza, Dehaene, & Zorzi (2010) が，0-100，1-20，1-10の数直線課題を年少児，年中児，年長児（平均年齢はそれぞれ4.0歳，5.0歳，5.9歳）に行った結果，0-100の数直線では全ての学年において対数型であった。それに対し，1-20の数直線では，年少児は対数型，年中児と年長児では対数型と直線型の適合率に有意な差はなく，1-10の数直線では，年少児では対数型，年中児と年長児は直線型であった。以上のように，範囲により同じ学年でも異なる数量表象を持つものの，対数型から直線型に移行することが示されている。

一方，Slusser, Santiago, & Barth (2012) は，比率判断の立場から0-20，

0-100 の数直線課題を用いて縦断研究を行った。その結果、0-20 の数直線課題において、基準点の利用個数は、年長児でも始点と終点、そして中点の 3 点を利用すると想定される関数に適合したが、0-100 の数直線課題において、年長児は始点のみの 1 点で、やがて始点と終点の 2 点になり、さらに小学 3 年生になると、始点と終点に加え、中点も利用できるようになることを示した。

以上から、移行の立場から考えると、対数型から直線型への変化だけでなく、直線型になってからも傾きの発達的变化が見られる可能性がある。他方で、比率判断の立場から考えると、0-20 の数直線課題において年長児では基準点が 3 点であったため、幼児にとって馴染みのある小さい範囲であれば、基準点の利用個数の変化が幼児期においても見られる可能性がある。加えて、基準点の利用に関連すると考えられる見積る際の方略との関連も検討できるであろう。方略に関しては、最初は数直線上の両端の点を手がかりとして見積る端点方略や、数直線上で計数をして見積る計数方略などが選択されるが、発達とともに、数直線上で比率判断をして見積る比率方略を使用することが明らかになっている (White & Szűcs, 2012)。このように、方略の選択が変わると基準点の利用個数も異なってくることが予想できるが、両者の関係については明らかになっていない。

これらを総括すると、数量表象の型と基準点の利用個数、さらに方略との関連を検討する必要があると考えられるが、これらの点に関しては未検討である。この 3 者の関連を検討することにより、直線型の者が基準点を 3 点利用した比率判断を行っているのかどうか、もしくは、直線型でも計数方略を選択し、基準点も 1 点 (もしくは 2 点) しか利用していない場合があるのかどうかということを明らかにでき、数直線の見積

りの発達を複合的に捉えることができると考えられる。

また、Berteletti et al. (2010) では、数直線の見積りの型の移行が見られた一方で、関数に適合しない者（対数型や直線型を判定する際に使用する関数、または、基準点の個数を判定する関数のいずれにも当てはまらない者）も多く見られた。このことから、数直線の見積りの発達の全体像を明らかにするためには、関数に適合しない見積りの特徴を明らかにする必要があるにもかかわらず、これまでの研究では検討されてこなかった。

第3節 本研究の目的

そこで本研究では、幼児の数直線の見積りの発達を明らかにするために、移行と比率判断の両立場から、数量表象の型と数直線上の基準点の利用個数との関係、及び見積る際の方略との関係を明らかにする。さらに、関数に適合しない者の特徴の検討を行い、関数に適合しない状態から関数に適合するまでの数直線の見積りの発達過程を明らかにする。

具体的には、まず研究1で、幼児を対象として数量表象の型と基準点の個数との関連、ならびに両者の変化とそれに関連する方略の変化を検討する。さらに、関数に適合しない者の特徴についても検討する。そして、研究2と研究3では、方略に影響を与えと考えられる、数唱、制限時間、中点などの手がかりの効果を調べる。また研究4では、数直線上で他者が見積る様子を見せ、その見積りの正誤を判断させる判断課題を実施し、数直線課題で明らかになった型と同じ型の見積り方を判断課題で見た時にどう評価するのか、また違う型の見積りを見た時にどう評価するのかを検討する。最後の研究5では、数直線課題における個人内の変化を検討する。

第 2 章 数直線の見積りの発達の検討

第 1 節 幼児の数直線の見積りの特徴 (研究 1)

目的 数直線の見積りの結果で、関数に適合する者 (対数型や直線型を判定する際に使用する関数、または、基準点の個数を判定する関数に当てはまる者) に関しては、移行と比率判断の両立場から分析を行い、見積る際の方略も合わせて検討することで、幼児の数直線上の見積りの特徴を明らかにする。特に、方略に関しては、見積りの正確な直線型の者は基準点を 3 つ利用した比率的な方略を使用しているのかを確認するとともに、成人の方略も調べる。また、関数に適合しない数量表象の型の特徴についても検討する。

方法 参加者 保育園に通う年中児 47 名 (平均年齢 4 歳 9 ヶ月)、年長児 49 名 (平均年齢 5 歳 9 ヶ月) と成人 10 名 (平均年齢 26.1 歳)。課題と手続き 最初に 20 までの数唱課題を行い、20 まで数唱できた者には 0-20 の数直線課題を実施し、できなかった者には 0-10 の数直線課題を実施した。0-20 の数直線課題は 11 試行 (1, 2, 3, 4, 7, 8, 10, 11, 13, 16, 17)、0-10 は 9 試行 (1 から 9 の全ての整数) 行った。提示数 1 つにつき数直線が描かれた用紙を 1 枚使用した。そして、数直線課題が終了した後、それぞれの範囲の提示数のうち 3 つに関して再度見積ってもらい、見積り方略に関するインタビューを行った。なお、数直線課題の様子は全てビデオ録画し、行動の分析に使用した。さらに、成人は全員 0-20 の数直線課題を実施し、方略の分析のみ行った。分析方法 先行研究と同様に、見積りの正確さの指標となる PAE (percent absolute error = $| \text{見積られた数} - \text{提示数} | / \text{数直線の範囲} \times 100$) を算出した。PAE の値は、見積りのエラー率を示しており、値が小さいほど見積りが正確であるといえる。次に、見積りの特徴を分類するために、提示数と

見積られた数に関数に当てはめ、先行研究と同様に AICc (Akaike information criterion, corrected for small sample sizes) を用いて分類した。

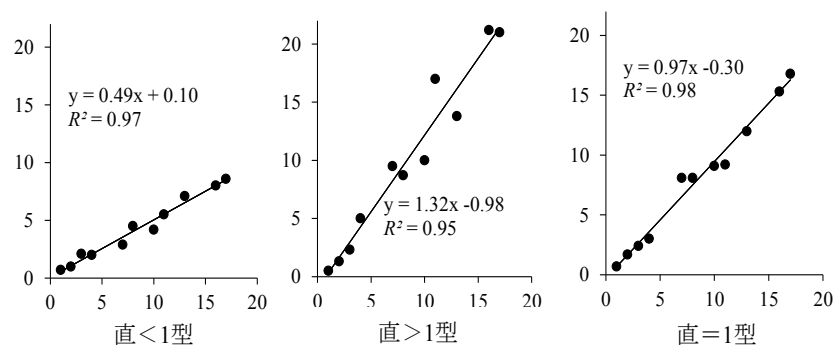
分析対象者 以下の分析は、各課題を最後まで遂行できた者 (0-20 の数直線課題は 58 名：年中児 18 名，年長児 40 名，0-10 の数直線課題は 27 名：年中児 20 名，年長児 7 名) を対象とした。

結果と考察 関数に適合した者の分析 対象者は 0-20 の数直線課題が 49 名，0-10 が 10 名であった。移行における数量表象の型の分析の結果，0-20 の数直線課題では，直線型 38 名，対数型 11 名で，直線型に適合した者の割合が多かった。直線型の PAE の平均値は 10.03 ($SD = 5.19$) で，範囲は，3.64 から 28.23 とばらつきがあった。そこでさらに直線型を PAE と直線の傾きの関係から分類し，PAE が 7.5 未満で傾きがほぼ 1 の直線型を直=1 型，PAE が 7.5 以上で傾きが 1 以下の直線型を直<1 型，PAE が 7.5 以上で傾きが 1 以上の直線型を直>1 型とした。その結果，直=1 型 9 名，直<1 型 13 名，直>1 型 16 名となった (Figure 3)。また，0-10 の数直線課題を実施した者に関数を当てはめた結果，直=1 型 1 名，直<1 型 7 名，直>1 型 1 名，対数型 1 名であった。

次に，比率判断における基準点に関する分析の結果，0-20 の数直線課題では，基準点の利用が 3 点の者 18 名，2 点の者 18 名，1 点の者 13 名，

0-10 の数直線課題

では，基準点の利用が 3 点の者 2 名，2 点の者 3 名，1 点の者 5 名であった。



最後に，移行と

Figure 3. 直線型の具体例

比率判断に基づく型のクロス集計を行った結果、直=1型であっても基準点を3点とも利用した比率判断方略を利用しているとは限らないことや(例えば、0-20では基準点を3点利用している者は33%)、直<1型や直>1型でも基準点を1点利用している者が一定数いること(例えば、直<1型において基準点を1点利用している者は、0-20で38%、0-10で71%)が明らかになった。

方略の分析 0-20の数直線課題では、いずれの提示数においても計数方略が半数近く存在し、自分の指や鉛筆を数直線上で計数する際の単位量として利用し、数直線上を計数する様子も見られた。そこで、計数方略に関しては、ビデオ録画の映像から、指の幅、もしくは、鉛筆を使って計数する方略(明示的計数方略)、頭や目が数直線にそって動いており、明らかに計数していると判断できる方略(暗示的計数方略)、そして計数方略以外に分類した。その結果、直線型(直=1型、直<1型、直>1型の者)では、38名のうち明示的計数方略は20名、暗示的計数方略は5名、計数方略以外は13名であったのに対して、対数型では順に、5名、0名、6名、関数に適合しない者では9名全員が計数方略以外で、直線型で計数方略(明示的計数方略と暗示的計数方略を含む)が多くみられた($\chi^2(2, N = 58) = 13.96, p < .01$)。なお、成人は全員が比率方略を選択した。

以上の結果より、幼児は、数直線の範囲にかかわらず、見積りの正確な直線型でも基準点を3つ利用した比率判断をしているとは限らないことや、直<1型や直>1型が幼児期に存在すること、そして、直線型に関しては、半数以上が明示的計数方略を選択したことが明らかになった。

関数に適合しない者の分析 関数に適合しない者(0-20: 9名、0-10: 17名)は、パターン検出の手法のひとつであるテンプレートマッチング(清水, 2004)により分類した。その結果、0-20の数直線課題では、両端

型 5 人, 不規則型 4 人,
0-10 では, 右端型 8 人,
両端型 1 人, 中央型 1
人, 不規則型 3 人, 大
小 型 4 人 とな り
(Figure 4), 関数に適合
しない見積りの特徴を
類型化することができ

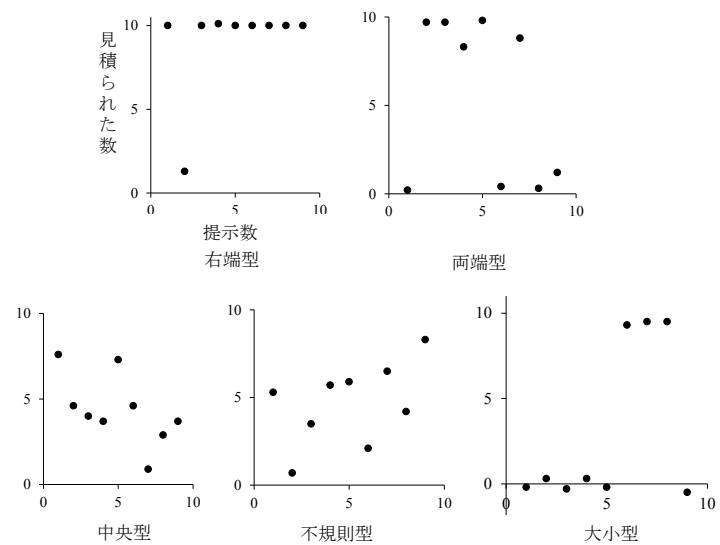


Figure 4.関数に適合しない者の具体例

第 2 節 数直線の見積りにおける計数方略の影響 (研究 2)

目的 研究 1 の移行における数量表象の型の分析において, 直<1 型と直>1 型が存在するとともに, 自分の指や鉛筆を単位量として利用した明示的計数方略が多いことが示されたことから, 任意の単位量を用いた計数方略が直<1 型や直>1 型の存在に影響している可能性がある。また, そのような計数方略が誘発された原因として, 研究 1 では数直線課題の前に数唱課題を実施したことが関連しているとも考えられる。そこで, 研究 2 では, 計数方略を誘発した可能性のある数唱と, 計数方略を使用する時間に制限を設け, 数唱課題の有無と数直線課題における制限時間の有無を参加者間要因として計数方略を妨害すると直<1 型や直>1 型が減少するかどうかを検討する。

方法 参加者 研究 1 で 0-20 の数直線課題を行った 58 名の内, 53 名 (平均年齢 6 歳 1 ヶ月)。課題と手続き 研究 1 の約 5 ヶ月後に, 同様の手続きで 0-20 の数直線課題を実施した。制限時間有り条件では, できるだけ早く答えるように教示し, 計数行為は中止させるとともに, 回答が 4 秒を超える場合は早く答えるように促した。

結果と考察 研究 1 と同様に数直線の見積りの型を分類し、数唱の有無別、制限時間の有無別に型の度数を集計した結果、いずれの条件にも直<1 型や直>1 型が存在した。さらに、数唱の有無別、制限時間の有無別に χ^2 検定を行った結果、条件間で直<1 型や直>1 型の度数に有意な差がなかった。以上より、計数方略を行わなくても、直<1 型や直>1 型が存在することから、指や鉛筆の幅を単位量に用いた明示的計数方略によって、直<1 型や直>1 型になったのではなく、直<1 型や直>1 型に対応する単位量に基づいた数量表象を保持している可能性がある。

第 3 節 数直線の見積りにおける手がかりの効果（研究 3）

目的 研究 1 より、直=1 型の者でも数直線上の始点、中点、終点の 3 つの基準点を自発的に利用しているとは限らないことが示唆された。しかし、直線型にはなっていることを考慮すると、単位量のイメージは保持しつつあるとも考えられ、正確な単位量が手がかりとして与えられるとそれを利用できる段階があると考えられる。また、基準点に関しても、中点を自発的には利用できなくても、中点が手がかりとして与えられると利用できる段階があるとも考えられる。そこで、外的手がかり（中点・単位）を数直線上につけることで見積りの成績が変化するかどうか検討する。

方法 参加者 研究 1 において 0-20 の数直線課題を実施し、課題を最後まで遂行できた 56 名。なお、実施時期は研究 1 の 1 週間後に行った。

課題と手続き 参加者は事前、介入、事後の 3 回、数直線課題を行い、事前と事後は研究 1 の 0-20 の数直線課題と同じ手続きであった。介入は、事前の約 1 週間後に行い、中点手がかり、単位手がかり、手がかり無しの 3 つの条件があった。中点手がかり条件では数直線上の 10 の位置に、単位手がかり条件では数直線上の 1 の位置に、その数字とともに縦 1cm

の線が描かれていた。

結果と考察 PAE 平均値に関して時点×条件の 2 要因分散分析を行った結果、交互作用、主効果ともに有意ではなかった。以上より、手がかりにより成績は向上せず、幼児は外的に与えられた中点や単位量を基準として見積ることが困難で、方略も変化しないことが示唆された。

第 4 節 数直線課題と判断課題の比較 (研究 4)

目的 研究 1 で、関数に適合しない見積りの特徴を検討したが、数量概念の発達に関連のない固執反応やでたらめ反応が含まれている可能性がある。また、数直線課題の見積りでは、数を 1 つずつ見積らせ、研究者が事後的に見積りの型を推定している。よって幼児自身がその見積りの型を正しいと判断するのか、さらに、他の見積りの型をどう評価するのかについても検討できていない。そこで研究 4 では、数直線課題とともに新たに考案した判断課題（他者が行う数直線上の見積りが正確かどうか判断させる課題）を実施し、数量の理解を検討する。

方法 参加者 年中児 40 名（平均年齢 4 歳 10 ヶ月）と年長児 56 名（平均年齢 5 歳 10 ヶ月）。
課題と手続き 数直線課題は、研究 1 の 0-10 の数直線課題と同様の手続きを用いた。判断課題は、パペットが 0-10 の数直線上で 3 つの数を見積る様子を幼児に見せ、その見積りが正しいかどうかを判断させた。見積る数が、3 以下の条件を 10 試行と、4 以上の条件を 12 試行実施した。全ての試行において、いち、に、さんなどと小さい数から順に言いながら、Figure 5 に示した数直線上の位置をパペットがもつ矢印で指し示した。
分析方法 数直線課題は研究 1 と同様に分析を行った。判断課題は、正答の場合のみ 1 点を与えた（得点範囲：0 - 22 点）。
分析対象者 以下の分析は、各課題を最後まで遂行できた 96 名（年中児 40 名、年長児 56 名）を対象とした。

結果と考察 数直線

課題の結果，移行による分析において，直<1型 55名，直>1型 5名，対数型 4名，関数に適合しない者 32名であった。また，判断課題の2つの条件を合わせた正答率は，左端型，右端型，中点型，両端型，不規則型までは70%前後，大小型は

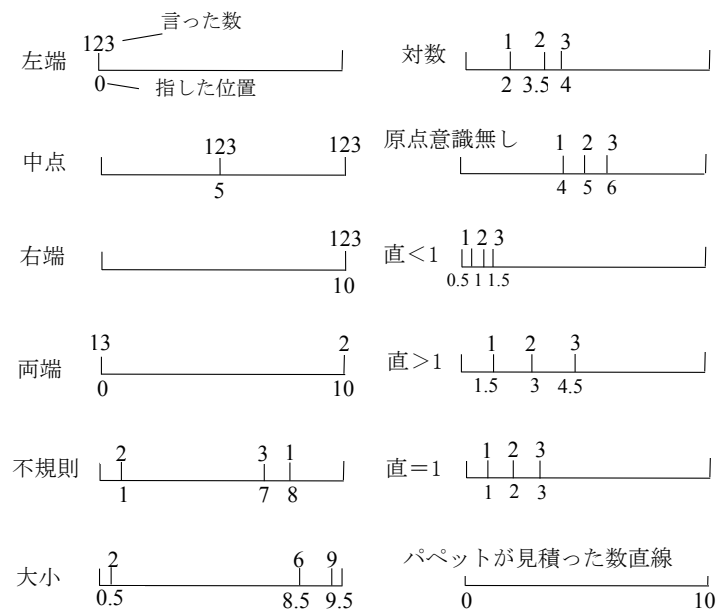


Figure 5. 判断課題において使用された見積りのパターン

3以下条件のみ記載，大小型のみ4以上条件

52%であったが，それ以外は正答率が約半分以下となり，特に直<1型の正答率は19%と低かった。そして，数直線課題で関数に適合した者64名の内，判断課題において正答率が高かった左端型，右端型，中点型，両端型，不規則型に全問正答した者は37名であったが，関数に適合しない者32名の内では3名のみであった。また，数直線課題で直<1型であった者55名の内，10名は判断課題でも直<1型のみを正答と判断した。

以上の結果より，数直線課題で関数に適合しない型において，大小型の見積りに関してのみ判断課題の正答率に差があり，大小型は数量概念の大小の理解を反映していると考えられるものの，それ以外の型は，判断課題の正答率に差がなく，発達の順序を推測することができなかった。また，数直線課題では直<1型が多く，判断課題では直<1型の正答率が極端に低かった。判断課題における直<1型の正答率の低さは，言い換えると，直<1型を正解と判断する幼児が多いということになり，そのよう

な幼児が多いのは、直=1型の単位量より小さい単位量を保持する幼児が多いためであると考えられる。

第5節 数直線の見積りの縦断的検討（研究5）

目的 数直線の見積りの個人内の変化を縦断的調査により検討し、数直線の見積りの発達を明らかにする。研究1と研究4の結果を踏まえ、発達の経路に関しては次のような経路を想定する。まず、初期の関数に適合しない型においては、提示された数を大小の2分割で捉え始めることのできる大小型がみられ、提示数の全体の順序が考慮されると対数型になる。そして、順序だけでなく間隔も等間隔であることが理解されると直<1型と直>1型になり、最後に、全体量を考慮した単位量が理解されると直=1型に到達すると予測した。

方法 参加者 1回目は年少群30名（平均年齢4歳1ヶ月）、年中群47名（平均年齢5歳1ヶ月）が参加し、9ヵ月後に2回目を行った。課題と手続き 研究4の数直線課題と同様であった。

結果と考察 1回目で直<1型であった32名のうち27名は、2回目でも直<1型であった。また、関数に適合しない者（年少群19名、年中群11名）から直<1型・直>1型に移行する経路（年少群5名、年中群8名）と、対数型に移行する経路（年少群2名、年中群1名）があることが示唆された。さらに、各時点別に直線型、対数型、関数に適合しない者の度数を集計し、McNemar検定を用いて時点における度数の変化を検定した結果、有意となり（ $P < .01$ ）、1時点目で関数に適合しない者が2時点目で直線型になる割合が多いことが明らかになった。なお、研究1と異なり、直=1型が見られなかったことに関しては、提示した数直線の長さが関連している可能性がある。研究1で扱った、0-20の数直線課題では1単位量が1cmであったが、0-10の数直線課題では1単位量が2cmであった。

よって、自分の指や鉛筆の幅を単位量とした明示的計数方略を用いた幼児は、単位量が 1cm の場合は、たまたま個人の持つ単位量と合致し、結果として直=1 型になった可能性がある。よって、幼児の場合では、移行の分析で直=1 型であったとしても、基準点 3 つを利用した比率判断方略が選択された直=1 型とは異なっていると考えられる。

第 3 章 総合考察

第 1 節 本研究の成果

本研究では、幼児の数直線の見積りの発達を検討するために 5 つの研究を行い、3 つの大きな成果が得られた。第 1 に、移行と比率判断の両立場から検討した結果、幼児の場合、直線型であっても基準点 3 つを利用した比率判断を使用しているとは限らないことを示した（研究 1）。第 2 に、関数に適合しない数量表象の特徴を検討し、数量を大小に 2 分割して捉える大小型を見出した（研究 1、研究 4、研究 5）。第 3 に、方略は計数方略を選択する者が多く、数量表象の型は直<1 型や直>1 型などの PAE が大きな直線型が多いことを明らかにした（研究 1、研究 4、研究 5）。よって、成人と同様の基準点を 3 つ利用した比率判断を伴う直=1 型になるのは就学後以降である可能性が高いと考えられる。

以上の結果と、数直線課題を扱った先行研究の知見を合わせると、数直線の見積りの発達は次のようであると考えられる。まず、大小型のように提示された数を大小の 2 分割で捉え始め、さらに、提示数全体の順序が理解されるにつれて対数型になる。次に、数の間隔を考慮するようになり、単位量の積み重ねが提示数の数直線上の長さ（量）であることを理解できるようになる。しかし、初めは数直線全体の長さを意識した単位量ではなく、例えば自分の指の幅などを利用した単位量のイメージ

を用いて見積るため、直<1 型や直>1 型になる。そして最終的に、全体量を考慮した見積り（比率判断に基づく見積り）が可能になり、直=1 型になる。ただし対数型に関しては、0-10 の数直線課題のように範囲が小さい場合は、対数型を経由せず、大小型から直<1 型や直>1 型になる可能性があると考えられる。

第 2 節 今後の課題

本研究では、関数に適合しない数量表象として大小型を見出したが、どのような概念変化が起こることにより大小型になるのか、そして、大小型から次の型へ移行するのかを検討する必要がある。また、年長児でも直<1 型や直>1 型が多かったため、数直線の見積りの発達と単位量の理解の関係についても検討すべきであろう。数直線課題では、指の幅などを利用して計数する様子が見られたことから、最初是指の幅などの身近なものが単位量になっている可能性が高い。さらに、本研究で対象とした 6 歳までの幼児では、比率判断の理解を伴う直=1 型に到達するまでの発達過程を明らかにできなかったため、今後は、就学後まで縦断的に調べることが望まれる。そして本研究は、数直線課題から移行の立場の分析と、比率判断の立場の分析を行ったが、1 つの課題のみから複数の概念について検討するには限界があるため、今後は、別の課題を用いて、数量表象の型、あるいは、比率判断の能力について調べ、両者の関連を検討する必要がある。

引用文献

Barth, H., & Paladino, A. M. (2011). The development of numerical estimation: Evidence against a representational shift. *Developmental Science*, 14, 125-135.

- Berteletti, I., Lucangeli, D., Piazza, M., Dehaene, S., & Zorzi, M. (2010). Numerical estimation in preschoolers. *Developmental Psychology*, 46, 545-551.
- Booth, J. L., & Siegler, R. S. (2008). Numerical magnitude representations influence arithmetic learning. *Child Development*, 79, 1016-1031.
- Case, R. & Okamoto, Y. (1996). The role of central conceptual structures in the development of children's thought. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 61, (1-2, Serial No. 246).
- 丸山 良平・無藤 隆 (1997). 幼児のインフォーマル算数について 発達心理学研究, 8, 98-110.
- Ramani, G., & Siegler, R. S. (2008). Promoting broad and stable improvements in low - income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child Development*, 79, 375-394.
- 清水 雅夫 (2004). パターンと図形の検出 デジタル画像処理編集委員会 (監修) デジタル画像処理 (pp. 202-207) 画像情報教育振興協会
- Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child Development*, 75, 428-444.
- Siegler, R. S., & Opfer, J. E. (2003). The development of numerical estimation: Evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science*, 14, 237-243.
- Slusser, E. B., Santiago, R. T., & Barth, H. (2012). Developmental change in numerical estimation. *Journal of Experimental Psychology: General*, 142, 193-208.
- 浦上 萌 (2012). 幼児における数表象の発達——数直線課題と他の関連

課題による検討—— 幼年教育研究年報 (広島大学), 34, 45-52.

山名 裕子 (2011). 幼児が遊びを通して学んでいること——「遊び」の中の「学び」という観点から—— 秋田大学教育文化研究科紀要, 66, 55-61.

White, S. L. J., & Szűcs, D. (2012). Representational change and strategy use in children's number line estimation during the first years of primary school. *Behavioral and Brain Functions*, 8, doi:10.1186/1744-9081-8-1.