

平成 29 年度 博士学位論文

金属薄板のスプリングバックに及ぼす弾塑性特性の影響と  
その予測精度向上に関する研究

(Effect of Elasto-Plastic Properties on Springback of Sheet Metals  
and Its Highly Accurate Prediction)

2018 年 3 月

広島大学大学院工学研究科  
機械物理工学専攻

D152126

澄川 智史

## 目次

第1章 緒論 .....	1
1.1 研究背景 .....	1
1.2 従来の研究 .....	3
1.2.1 材料特性の実験観察とモデリングに関する研究 .....	3
1.2.2 スプリングバック予測に関する研究 .....	8
1.3 本研究の目的 .....	10
1.4 本論文の構成 .....	10
第2章 弾塑性構成式 .....	11
2.1 緒言 .....	11
2.2 硬化則 .....	12
2.2.1 等方硬化 .....	12
2.2.2 移動硬化 .....	12
2.2.3 複合硬化 .....	13
2.2.4 Y-U モデル .....	14
2.3 異方性降伏関数 .....	15
2.3.1 von Mises .....	15
2.3.2 Hill'48 .....	16
2.3.3 Yld2000-2d .....	17
2.4 見かけのヤング率 .....	18
2.5 弾性異方性 .....	18
2.6 FEM への導入方法 .....	20
2.7 結言 .....	24
第3章 スプリングバック予測に及ぼす種々の材料特性の影響 .....	25
3.1 緒言 .....	25
3.2 供試材 .....	26
3.3 材料特性の実験観察とそのモデル化 .....	26
3.3.1 実験方法 .....	26
3.3.2 実験結果と計算結果の比較 .....	29
3.4 プレス成形試験 .....	32
3.4.1 成形方法および成形品形状の決定 .....	32
3.4.2 試験方法とスプリングバック測定方法 .....	33
3.4.3 試験結果 .....	35
3.5 スプリングバック解析 .....	36
3.5.1 解析条件 .....	36
3.5.2 解析結果 .....	36

3.6	結言 .....	40
第4章	除荷特性の応力状態依存性.....	41
4.1	緒言 .....	41
4.2	供試材 .....	42
4.3	実験方法 .....	43
4.3.1	単軸引張除荷試験.....	43
4.3.2	平面ひずみ引張除荷試験.....	44
4.3.3	液圧バルジ負荷除荷試験.....	45
4.3.4	繰返し面内せん断試験.....	46
4.4	応力-ひずみ関係算出方法.....	47
4.4.1	平面ひずみ引張除荷試験.....	47
4.4.2	液圧バルジ負荷除荷試験.....	48
4.4.3	繰返し面内せん断試験.....	51
4.5	単軸応力下における除荷挙動.....	52
4.6	多軸応力下における除荷挙動.....	55
4.6.1	平均勾配の比較.....	55
4.6.2	非線形性の比較.....	57
4.7	非線形性のメカニズムに関する考察.....	60
4.8	結言 .....	63
第5章	非線形弾塑性挙動を再現する材料モデルの構築.....	64
5.1	緒言 .....	64
5.2	従来の材料モデルの問題点.....	65
5.3	材料モデル構築の着眼点.....	67
5.4	材料モデルの定式化.....	68
5.4.1	背応力発展式.....	68
5.4.2	降伏曲面の設定.....	70
5.4.3	移動硬化係数の変数化.....	71
5.4.4	永久軟化の表現.....	73
5.5	応力-ひずみ関係の再現性の検証.....	73
5.6	スプリングバック解析.....	74
5.6.1	解析条件.....	74
5.6.2	解析結果.....	75
5.7	結言 .....	78
第6章	結論 .....	79
	参考文献 .....	81
	謝辞 .....	90

## 第1章 緒論

### 1.1 研究背景

我々を取り巻く環境問題において、温暖化の原因となる温室効果ガスの排出量削減に対する要求は近年ますます高まっている。2015年にパリで開催されたCOP21において、温室効果ガスの削減に取り組む国際的枠組み「パリ協定」が採択され、2030年までに各国が達成すべき温室効果ガス排出量削減目標が設定および合意された。この削減目標の達成に向けて、自動車業界が果たすべき役割は非常に大きく、我が国では燃料電池車、電気自動車、プラグインハイブリッド車、クリーンディーゼル車などの次世代自動車の開発・普及を推進していく一方で、自動車車体軽量化による燃費向上は温室効果ガス排出量削減のための重要な根本的アプローチとして自動車メーカーおよび素材メーカーが連携し積極的に取り組んでいる。一方で、乗員保護の観点から自動車の衝突安全性に対する要求も年々厳しくなっている。米国道路安全保険協会（IIHS）が2012年に導入した「スモールオーバーラップ前面衝突試験」は、衝突領域を従来よりもさらに狭く（車両幅の4分の1）した衝突性能評価試験であり、この衝突の考慮が新たに必要となったことで、衝突基準は実質的に引き上げられた。

これらの背景から、自動車業界では車体軽量化と衝突安全性という相反する要求を満足させるために、車体および部品構造の最適化に加え、高強度材・軽量材への材料置換が活発に行われている。近年ではアルミニウム合金やマグネシウムなどの非鉄金属材料、および炭素繊維強化プラスチック（CFRP: Carbon Fiber Reinforced Plastics）の自動車部品への適用がクローズアップされている。しかし、コストや溶接性、リサイクル性の観点からいまだ鉄鋼材料の使用比率は高く、とりわけ高張力鋼板（ハイテン）の適用により、衝突性能を確保しながら部品の薄肉化および部品数の削減が行われている。使用されるハイテンは340MPa級から780MPa級が主流であったが、近年では鉄鋼メーカーの材料開発が進み、優れた成形性を有する980MPa以上のハイテン<sup>1)2)</sup>が高級車に限らずボリュームゾーンの普通車にも適用され始めている。

ハイテン適用の課題として、成形不良（割れ・しわ）や成形荷重の増加などがあるが、特にスプリングバックによる形状凍結性の悪化は解決すべき最も重要な課題である。スプリングバックとは、プレス成形時、金型荷重から解放された際に部品に生じる形状変化であり、離型前（以下、下死点）にブランクに蓄積した応力が解放され、これによって生じる戻りひずみが原因である。Fig. 1.1に示すように、スプリングバック量はブランクに生じる応力が高いほど大きくなるため、ハイテンのスプリングバックは軟質材に比べより顕著となる。自動車部品のプレス現場では、目標寸法の部品を得るために金型を補正してトライアンドエラーによる形状出しを行っている。ここ最近では、有限要素法（FEM）ソフトウェアが広く普及し、シミュレーションによりスプリングバックをある程度の精度で事前に予測することが可能となった。それらの結果は金型形状に反映され、工数削減による金型補正コスト低減や部品開発期間の縮小に繋がっている。しかしながら、近年のハイテンの更なる高強度化によりスプリングバック量は増加する傾向であるのに対し、部品に要求される許容寸法は変わらないことを考慮すると、スプリングバック予測の更なる高精

度化が求められる。

スプリングバックの予測精度は大きく分けて材料特性，部品性状，成形条件，解析条件によって決まる。Fig. 1.2 にスプリングバック予測精度に及ぼす種々の影響因子を示す。この中でも材料特性は材料の挙動に直接寄与するため，スプリングバックに及ぼす影響は大きい。過去の研究では材料特性の測定方法について種々の検討がなされ，材料の変形挙動および硬化挙動を規定する材料モデルが数多く提案されてきた。これらの材料特性を解析上で考慮することで，スプリングバックの予測精度はより信頼し得るものとなると考えられる。一方で，考慮する材料特性が多くなると FEM ソフトウェアで使用する材料モデルはより複雑なものとなり，計算時間が増加する傾向となる。また，ソフトウェアに入力する材料定数の数も増え，その材料定数を得るための材料試験を行う必要がある。特に，実際の部品開発では，限られた期間で成形シミュレーション・金型玉成・部品評価を行う必要があり，計算効率と予測精度の両立が要求される。したがって，どの材料特性がスプリングバック予測精度向上に大きく寄与するかを踏まえた上で，適切な材料モデルの選定を行うことが必要不可欠である。

以下，材料特性の実験観察とモデリング，さらにそれらを適用したスプリングバック予測に関する従来の研究を展望し，問題点を踏まえた上で本研究の目的および本論文の構成を述べる。

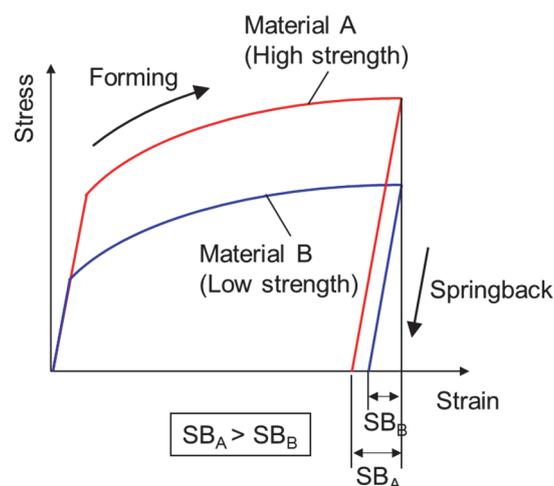


Fig. 1. 1 Stress-strain relationship during sheet metal forming.

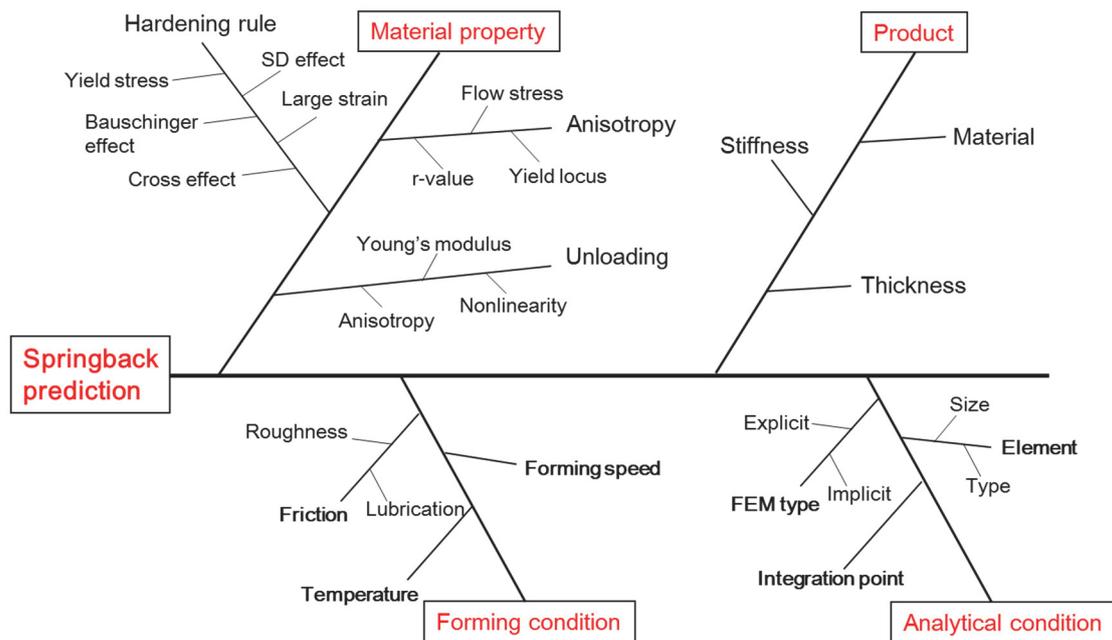


Fig. 1. 2 Important factors for springback prediction.

## 1.2 従来の研究

### 1.2.1 材料特性の実験観察とモデリングに関する研究

#### (i) バウシンガー効果

金属の塑性変形挙動は現在の変形状態のみならず、過去に受けた変形（応力）履歴に影響を受ける。とりわけ、プレス成形では材料は刻々と変化する面内の張力や曲げ変形により複雑な変形状態となる。変形の変化した際の材料挙動として最も重要な特性がバウシンガー効果である。バウシンガー効果とは、ある方向に塑性変形を加えた後、逆方向に変形させた際に生じる軟化現象であり、Bauschingerによって最初に発見された<sup>3)</sup>。プレス成形において、ダイ肩部やビード部の曲げ戻し変形や、フォーム成形で生じる緩い曲げ曲げ戻し変形を受ける箇所においてバウシンガー効果の考慮が重要となる。このため、バウシンガー効果の測定とそのモデル化はスプリングバック予測に限らず、成形解析全般の精度向上のために必要であることが広く認識されており、現在までに様々な研究が行われてきた。

金属薄板のバウシンガー効果の測定に関して、試験片に面内の引張/圧縮変形を与える面内応力反転試験が最も広く行われているが、一般的に金属薄板の面内圧縮変形では座屈を伴うため、試験方法に工夫が必要となる。試験方法の検討の焦点として、座屈を抑制しながらいかに大きなひずみの繰返し引張圧縮変形を得るかがポイントとなる。桑原ら<sup>4)</sup>は櫛歯治具を用いた面内圧縮装置を新たに設計し、金属薄板の面内圧縮試験法を提案した。試験片を櫛歯型の治具で挟み込み、板厚方向に油圧シリンダーで加圧することで座屈を抑制した。Wagonerの研究グループも櫛歯治具による試験法を採用し、アルミニウム合金板<sup>5)</sup>やマグネシウム合金板<sup>6)</sup>の引張圧縮挙動を報告している。Lee<sup>7)</sup>らは櫛歯治具と試験片加熱装置を組み合わせた試験機を製作し、室温から400℃までの温度で引張圧縮試験により、各温度でのマグネシウム合金板のバウシンガー効果を測定し

た。Yoshida ら<sup>8)</sup>は試験片の座屈防止のために金属薄板を積層接着させる試験法を提案した。金属薄板の圧縮試験において、座屈を防止するために板厚方向に加圧する際、試験片変形部を治具で覆ってしまうため、ひずみの測定が課題であったが、本試験法は積層により全体の板厚が増え、試験片の側面から伸び計を当てて伸び（ひずみ）を測定することができる利点を有する。Chongthairungruang ら<sup>9)</sup>は、バネの反発力で座屈を防止する治具を試験片変形部に取り付け、試験片側面にマーキングされた2点の距離を非接触変位計で計測することでひずみを得る試験方法を構築した。

引張/圧縮変形のみならずせん断変形によるバウシinger効果の測定も数多く検討されてきた。せん断試験では座屈やくびれを生じることなく高ひずみでの変形挙動を測定可能であり、せん断の方向を反転させる繰返しせん断変形を与えることでバウシinger効果が測定できる。G'Sell ら<sup>10)</sup>はせん断応力-ひずみ曲線を得る試験法を最初に提案した。薄鋼板の両端をクランピングし平行移動させることで、長方形の露出部にせん断変形を実現させた。鈴木ら<sup>11)</sup>は本試験により繰返しせん断によるバウシinger効果の実験観察を行った。さらに、宮内<sup>12)</sup>は2つのせん断変形部を有する試験片を提案した。2つの変形部は対称に変形するため試験片保持部に発生する回転モーメントを低減できる。

高橋ら<sup>13)</sup>は薄肉円管のねじり試験を考案し、繰返しせん断応力-ひずみ曲線を測定する試験法を報告した。アルミニウム合金板のねじり試験で得られた結果より、応力反転後の非硬化領域およびその後の再硬化挙動は一種のバックラッシュであると解釈した。Pöhlandt と Tekkaya<sup>14)</sup>らは円盤試験片のねじり試験を考案し、せん断流動応力の算出方法を提案した。これら2つのねじり試験の利点として、試験片の変形部は連続しており、通常のせん断試験で生じる端面ひずみ集中 (Edge effect) が発生しないため、より高ひずみの硬化特性を得ることができる。Yin ら<sup>15)</sup>は円盤試験片のねじり試験により得られた異なるひずみ域での繰返し応力-ひずみ曲線から、予ひずみとバウシinger効果の程度の関係性を明らかにした。また、ひずみの異なる応力-ひずみ曲線から同定した移動硬化則の材料パラメータのひずみ依存性を検証した。せん断試験の問題点として、せん断変形が大きくなった際、材料主軸の回転が無視できなくなる点や、単軸引張応力-ひずみ関係に変換するための降伏関数を検討しなければならない点がある。これによりいくつかの仮定の元で算出された応力-ひずみ曲線の精度は議論する必要がある。

曲げ変形においてもバウシinger効果を測定可能である。Yoshida ら<sup>16)</sup>は、繰返し曲げ試験を最初に考案し、曲率-モーメント関係からバウシinger効果を観察した。さらに、得られた実験結果より、移動硬化則の材料パラメータの同定手法を提案した。Omerspahic ら<sup>17)</sup>は3点曲げ試験を行い、パンチ変位-荷重曲線よりバウシinger効果を測定した。繰返し曲げ試験の利点として、座屈や破断を生じることなく測定できる。一方、問題点として、材料は平面ひずみ応力状態であるため得られる精度は、単軸応力からの変換に用いる降伏関数の種類に依存してしまう。そこでThuillier ら<sup>18)</sup>はスリットを入れた曲げ試験片による繰返し曲げ試験を行い、単軸応力状態でのバウシinger効果を測定した。得られた曲率-モーメント曲線の実験結果と、繰返しせん断試験で同定した材料パラメータから計算される曲率-モーメント曲線を比較し再現性を検証した。これらの曲げ試験では、座屈や破断の懸念がほぼ無く、安定して結果が得られる利点を有しているが、変形量は曲げ曲率に依存するため、引張圧縮変形やせん断変形に比べると測定できるひずみ範囲

は小さい。

また、バウシinger効果は材料の種類や温度、ひずみ速度の影響を受けることが Han ら<sup>19)</sup>の実験により明らかとなっている。

バウシinger効果のモデル化に関して、これまで種々の材料モデルが提案されている。バウシinger効果の表現には移動硬化の考慮が有効である(詳細は2.2.2節で説明)。降伏曲面の中心の移動ベクトルを背応力といい、背応力の発展式は材料の硬化挙動を直接決定するため、これまで提案された数々の移動硬化則は背応力発展式の検討の歴史である。最も簡易な移動硬化として、Prager<sup>20)</sup>と Ziegler<sup>21)</sup>は背応力を線形に発展させる線形移動硬化則を提案した。Armstrong と Frederick<sup>22)</sup>は最初の非線形移動硬化を提案し、塑性域の加工硬化率の変化や応力反転時のバウシinger効果による弾性から塑性への滑らかな遷移挙動の再現を可能とした。Mroz<sup>23)</sup>は応力空間上に複数個の降伏曲面を設定し、区分線形により降伏曲面の移動を考慮した。Lemaitre と Chaboche<sup>24)</sup>は更なる修正として、移動硬化に加え等方硬化を組み合わせた複合硬化則を提案した。さらに、複数の背応力発展式を組み合わせることで応力-ひずみ曲線の自由度は高くなり再現性を向上させた。Teodosiu と Hu<sup>25)</sup>は変形中の転位の発展における微細組織のモデル化により、バウシinger効果および応力反転後の硬化休止現象を考慮する材料モデル (Teodosiu-Hu モデル) を提案した。Haddadi ら<sup>26)</sup>は軟鋼、ハイテンおよびアルミニウム合金板の単軸引張および繰返しせん断応力-ひずみ曲線における Teodosiu-Hu モデルの再現性を検証した。本モデルはバウシinger効果の他に、ひずみ経路が変化した際の一時的な硬化挙動である交差効果も再現する<sup>27)</sup>。Geng と Wagoner<sup>28)</sup>は降伏曲面の外側に定義した限界曲面に移動硬化を適用した2曲面材料モデル (Geng-Wagoner モデル) を提案し、応力反転後の永久軟化挙動を再現可能とした。Yoshida ら<sup>29)</sup>はバウシinger効果に加え、繰返し加工硬化特性の考慮の必要性を唱え、降伏曲面と限界曲面に加え、非硬化曲面を応力空間に定義した材料モデル (Yoshida-Uemori モデル, 以下 Y-U モデル) を提案した。本材料モデルは鋼材 (軟鋼, ハイテン)<sup>30)</sup>, アルミニウム合金<sup>31)</sup>, 銅合金<sup>32)</sup>などの種々の金属薄板の繰返し応力-ひずみ曲線において高い再現性が報告されている。一方、移動硬化に変わるバウシinger効果の表現方法として、Barlat ら<sup>33)</sup>は塑性変形に伴い降伏曲面を変形および回転させるアプローチ (Distortional hardening) を採用し、新たな枠組みでの材料モデル (Homogeneous anisotropic hardening モデル, 以下 HAH モデル) を提案した。Lee ら<sup>34)</sup>は HAH モデルの表現性を軟鋼とハイテンの繰返しせん断応力-ひずみ曲線にて検証した。

## (ii) 異方性

金属材料は微細な結晶の集合体である。製造工程で凝固、塑性変形、再結晶、変態などを経過した際に、それらの結晶は多かれ少なかれ特定の方位に優先して配向する。この状態を集合組織と呼ぶ。集合組織を持つ金属は方向によって物理的性質が異なる性質、つまり異方性を示す。プレス成形では複雑な応力状態となるため、様々な応力状態での変形挙動の把握が必要不可欠である。最も一般的な異方性の評価試験は単軸引張試験である。圧延方向に対し種々の角度で切り出した試験片で引張試験を行い、流動応力や  $r$  値 (Lankford 値) を測定し、方向による違いを評価する。しかし、実際のプレス成形での応力状態を考慮すると、単軸引張変形のみでの評価では不十分である。

単軸引張以外の変形状態としては、平面ひずみ、等二軸、せん断変形がある。

平面ひずみ引張に関して、Wagoner<sup>35)</sup>は切り欠きを付与した試験片による平面ひずみ引張試験により流動応力を測定した。また、Flores ら<sup>36)</sup>は切り欠き試験片の変形部に生じるひずみ分布を検証し、端部に生じるひずみ集中の影響を排除した応力の算出方法を提出した。

等二軸状態での流動応力の測定は過去に種々検討されてきた。その一つとして液圧バルジ試験がある。Hill<sup>37)</sup>は液圧によりドーム型に変形した試験片に生じる応力の算出方法を最初に提案した。Keller<sup>38)</sup>らは、液圧バルジ試験による流動応力測定方法を ISO 規格とするために行われたドイツ国内での取り組みを報告した。圧縮試験も等二軸変形特性を測定する試験として有効である。圧縮試験は一般的にバルク材<sup>39),40)</sup>で行われてきたが、岩田ら<sup>41),42)</sup>は薄板からリング状に枚切り出された試験片を積層することで、圧縮試験を薄板に適用した。

上記の試験では単一の変形形態での評価となるのに対し、十字試験片を用いる二軸引張試験は直交する二軸の引張荷重の比を変化させることで任意の応力状態での流動応力を測定できる試験であり、二軸応力状態での異方性を評価するのに有効な試験である。池上ら<sup>43)</sup>は初めて板材の二軸引張試験による異方性の評価を行った。Kuwabara ら<sup>44)</sup>は、二軸引張試験により等塑性仕事曲面を測定し、種々の異方性降伏関数の表現性を検討した。Uemori ら<sup>45)</sup>は単軸引張の与ひずみを付与した試験片から切り出した二軸引張試験片により等塑性仕事曲面を測定することで応力経路変化時の二軸降伏挙動を検証した。Naka ら<sup>46)</sup>は 5000 系アルミニウム合金板の温間二軸引張試験機で等塑性仕事曲面を測定し、温度とひずみ速度が二軸降伏挙動に及ぼす影響を報告した。

二軸引張試験の課題として、測定できるひずみ範囲が限られていることが挙げられる。十字型試験片中央の変形部に接続した腕部に変形が集中し、変形部より先に腕部が破断に至ってしまう。これにより、得られる等塑性仕事曲面はハイテンで数%程度のひずみ範囲であり、これは実際のプレス成形で受けるひずみを考慮すると十分ではない。

高ひずみ域の等塑性仕事曲面を得ることのできる材料試験として円管を用いた液圧バルジ試験<sup>47)</sup>がある。本試験は母材に曲げと溶接を加えることで円管試験片を作製し、それに軸力と内圧を付与することで管側壁に二軸応力を発生させる手法である。Hakoyama と Kuwabara<sup>48)</sup>は 590MPa 級ハイテンの円管液圧バルジ試験により、相当塑性ひずみ 0.16 の等塑性仕事曲面を測定した。

### (iii) 除荷特性

スプリングバックはブランクに蓄積した応力が離型とともに解放、つまり除荷されることによって生じる現象である。したがって、材料の除荷挙動を正確にモデル化することはスプリングバック予測精度向上において必要不可欠である。

材料を塑性変形させ除荷した際の応力-ひずみ関係は、ヤング率の傾きで線形関係となるという認識が一般的である。しかし、実際は Fig. 1.3 に示すように非線形な除荷応力-ひずみ関係となる。さらに、再負荷過程においても非線形となりヒステリシスループを描く。ヤング率の勾配  $E_0$  による線形応力-ひずみ関係と実際の挙動との差は明らかであり、スプリングバック予測でヤング率をそのまま用いても信頼し得る予測結果は得られない。

この課題に対するアプローチの一つとして、Yoshida ら<sup>29)</sup>は除荷時の非線形な応力-ひずみ関係を線形近似し、その応力-ひずみの平均勾配を見かけのヤング率と定義した (Fig. 1.3 の  $E_{\text{chord}}$ ,

Chord modulus と呼称する文献もある)。さらに、軟鋼とハイテンの繰返し引張除荷応力-ひずみ曲線から、塑性ひずみと見かけのヤング率の関係を明らかにした。見かけのヤング率は塑性ひずみの進展とともに低下し、塑性ひずみが大きくなるとほぼ収束することを示した。また、Yoshidaらは塑性ひずみと見かけのヤング率の関係を回帰するために、指数関数を用いた回帰式を提案した。この回帰式により、塑性変形による見かけのヤング率の低下挙動をFEMにて考慮することが可能となった。ClevelandとGhosh<sup>50)</sup>はハイテンと6000系アルミニウム合金板の見かけの弾性率を評価し、塑性ひずみの進展に伴いハイテンでは最大22%、アルミニウム合金板では12%低下することを示した。LuoとGhosh<sup>51)</sup>は単軸引張および除荷過程において、応力の変化に伴う瞬間応力-ひずみ勾配の変化を各予ひずみで詳細に観察した。Kimら<sup>52)</sup>は焼付け熱処理が見かけのヤング率に及ぼす影響を調査し、熱処理の影響は少ないことを示した。Caceresら<sup>53)</sup>はマグネシウム合金のダイキャスト材の引張除荷試験および圧縮除荷試験を行い、圧縮変形での非線形性は引張より大きいことを示した。マグネシウム材での除荷非線形性は双晶変形に起因しているとし、圧縮変形により顕著な双晶変形がより大きな非線形性を生じさせたと結論付けた。Pavlinaら<sup>54)</sup>はDP鋼、TRIP鋼およびTWIP鋼での引張除荷試験より、見かけのヤング率および非線形性の鋼種の違いによる差について検討した。3鋼種のうちDP鋼が最も顕著な非線形性となり、見かけのヤング率は低い値となることを報告した。Xueら<sup>55)</sup>は繰返し三点曲げ試験における除荷時の弾性率の算出方法を提案し、塑性ひずみと見かけの弾性率の関係を単軸引張除荷試験の結果と比較した。また、引張除荷のサイクルにおいて繰返し回数は引張除荷特性に影響を及ぼさないことを示した。

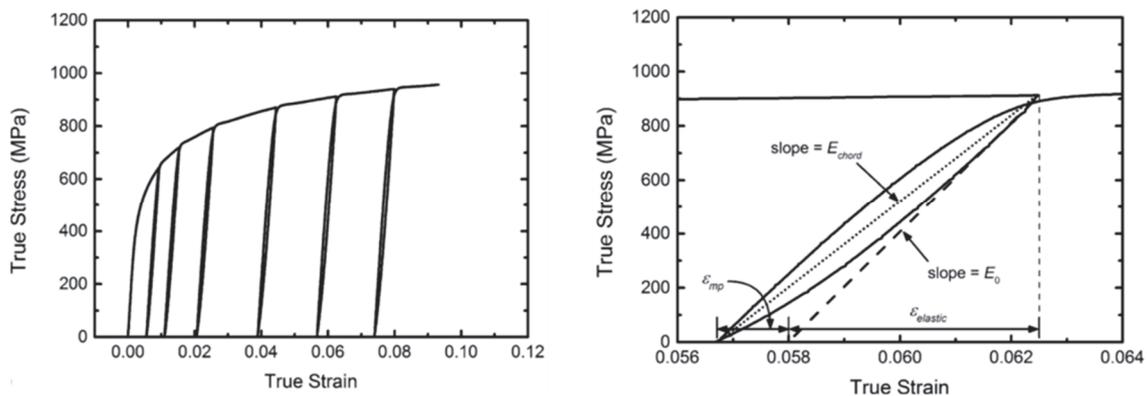


Fig. 1.3 Stress-strain relationship during unloading<sup>49)</sup>.

また、応力反転後の非線形な弾塑性挙動を再現するための材料モデルもいくつか提案されている。

橋口は<sup>56)</sup>降伏曲面の内側に下負荷面を定義し、応力増加に伴う下負荷面の拡大、つまり、応力が降伏曲面に接近するにつれて塑性ひずみ速度が発展するとみなす材料モデル(下負荷面モデル)を提案した。ChattiとHermit<sup>57)</sup>は変形中にヤング率を刻々と変化させるアプローチを採用し、ヤング率を現応力の関数とすることで除荷時の非線形性を表現した。

SunとWagoner<sup>58)</sup>によって提案されたQPEモデルでは、除荷時の非線形性を生じさせるひずみ成分“Quasi-Plastic-Elastic (QPE) strain”を新たに定義し、取り扱うひずみ $\varepsilon$ を3つの成分(弾性ひ

ずみ, QPE ひずみ, 塑性ひずみ) の和として表した.

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_{QPE} + \varepsilon_p \quad (2-1)$$

QPE ひずみは弾性ひずみのように回復可能 (可逆的) であり, 塑性ひずみのようにエネルギー消費を伴う. 著者らは強度の異なるハイテンの単軸引張除荷試験により QPE ひずみと予ひずみの関係を調査した. QPE モデルの枠組みとして, 降伏曲面の内側に新たに QPE 曲面を定義し両曲面に移動硬化則と等方硬化則を組み合わせた複合硬化モデルとした. Lee ら<sup>59)</sup>は HAH モデルに QPE ひずみのアルゴリズムを導入し, 除荷および再負荷過程でのヒステリシスループの再現性を検証した. Lee ら<sup>59)</sup>は Mroz の多曲面モデルのコンセプトを踏襲し, 降伏曲面の内側に複数の曲面を定義しそれらの曲面にそれぞれ異なるヤング率を設定することで, 除荷および再負荷時の勾配の変化を再現した.

### 1.2.2 スプリングバック予測に関する研究

現在, FEM はプレス加工をはじめとする各種塑性加工の変形解析に広く用いられ, ものづくりの現場では必要不可欠なツールとして実務に適用されている. FEM を用いたスプリングバック予測に関する研究の歴史は 90 年代前半から始まる<sup>60),61)</sup>. 当初は 2D 解析のみであったが, 90 年代後半には, コンピュータ性能の劇的な進化と FEM ソフトウェアの高度化により, 解析は 2D から 3D へ拡張され, より複雑な構造物のスプリングバック予測が可能となった<sup>62),63)</sup>. さらに, 新たに提案された材料モデルが市販の FEM へ次々と導入され, 生産現場でもある程度信頼し得る解析が行えるようになった. FEM を用いたスプリングバック予測に関する研究では, 高精度化を目的とした精度検証に加え, 各因子がどの程度スプリングバックに影響を及ぼすかを検証するケーススタディが行われている. FEM ソフトウェアでは, 種々の因子 (解析条件) を変化させた解析を実施し, それらの結果同士を比較することで, 各因子がスプリングバックに及ぼす影響をバーチャルで把握することができる. とりわけ, バウシinger 効果はスプリングバック予測に大きく関連する材料特性として, バウシinger 効果を考慮する材料モデルによるスプリングバック解析が数多く検討されてきた. Uemori らは V 曲げ<sup>64)</sup>およびハット曲げ<sup>65)</sup>のスプリングバックにおいて, 等方硬化モデル, 線形移動硬化モデル, 非線形移動硬化+等方硬化モデルを適用した 2D 解析を行い, バウシinger 効果によるなだらかな遷移挙動がスプリングバックに影響することを明らかにした. Yoshida と Uemori<sup>66)</sup>は Y-U モデルを適用したハット曲げの FEM 解析とその実験を行い, 本モデルの高いスプリングバック予測精度を報告した. この論文を皮切りに, 多くの研究者が本モデルの検討を始め, FEM メーカーもソフトウェアへの導入が進められた. Eggertsen と Mattiasson<sup>67)</sup>はハイテンの繰返し曲げ試験により等方硬化, Prager 型複合硬化モデル, Armstrong-Frederick モデル, Geng-Wagoner モデル, Y-U モデルの材料パラメータを同定し, ハット曲げにおけるスプリングバック予測精度を調査した. 著者らは, 繰返し応力-ひずみ曲線, とりわけバウシinger 効果の再現性がハット曲げのスプリングバックの予測精度に重要であると結論付けた. Yilamu ら<sup>68)</sup>はステンレスとアルミニウム合金のクラッド板におけるスプリングバック予測に Y-U モデルを適用し, その有用性を示した. 上森ら<sup>69)</sup>は Y-U モデルと種々の異方性降伏関数を組み合わせた材料モデルを構築し, 5000 系および 6000 系アルミニウム合金のスプリングバック予測を行った. UI Hassan ら<sup>70)</sup>は Y-U モデルの材料パラメータを異なるひずみ域の繰返し応力-ひずみ

曲線から同定することで、材料パラメータのひずみ依存性を評価した。また、それらのパラメータを用いたスプリングバック解析により結果の差を調査するとともに、成形中に変化するひずみに対応したパラメータを各ステップで抽出し応力計算に用いる解析手法を開発し、その有用性を示した。

最近では、Distortional hardening を考慮した HAH モデルによるスプリングバック予測に関する研究も行われている。Lee ら<sup>71)</sup>および Choi ら<sup>72)</sup>は HAH モデルをユーザーサブルーチンにより FEM ソフトウェア ABAQUS へ導入し、ハイテンのスプリングバック解析により材料モデルの精度を検証した。Lee ら<sup>73)</sup>は HAH モデルを Yld2000-2d の降伏関数と組み合わせることで更なる精度向上を報告した。

異方性に関連したスプリングバック予測の研究も行われている。

Gomes ら<sup>74)</sup>は異方性を有するハイテンを供試材として、 $r$  値と降伏応力の面内異方性がスプリングバックに及ぼす影響を実験と FEM 解析にて検証した。切り出し方向の異なるブランクの成形実験では異方性に起因する方向によるスプリングバックの差が確認された。解析で得られたスプリングバック量は実験と差はあるものの、方向によるスプリングバックの変化の傾向は実験と解析で概ね一致し、異方性の影響を予測し得ることを示した。上森ら<sup>69)</sup>は異方性の顕著なアルミニウム合金板の二軸引張試験で得られた降伏曲面にて種々の降伏関数の再現性を評価し、ハット曲げのスプリングバック解析にて各降伏関数がスプリングバックに及ぼす影響を明らかにした。著者らは、スプリングバック解析において異方性を考慮し得る高精度な異方性降伏関数の選定の重要性を示した。Xue ら<sup>75)</sup>は異方性降伏関数が振れのスプリングバック解析結果に及ぼす影響を検証した。その結果、バウシンガー効果の考慮／非考慮による振れの差より異方性降伏関数間の差の方が大きい結果を得た。また、ブランクの板取り方向を変えた解析により、振れの要因となるフランジの応力が板取りの方向によって変化することを示した。

次に、除荷特性に着目したスプリングバック予測に関する研究を概説する。

除荷時の非線形な応力-ひずみ関係の平均線形勾配である見かけのヤング率はスプリングバックに直接影響する因子である。見かけのヤング率がスプリングバック解析結果に及ぼす影響は Morestin と Boivin<sup>76)</sup>によって最初に議論された。著者らは曲げ成形における 2D スプリングバック解析で、見かけのヤング率の考慮および非考慮による予測結果の差と、実験結果と比較することでそれらの予測精度を検証し、見かけのヤング率がスプリングバック予測において重要な特性であることを示した。その後、多くの研究者らにより見かけのヤング率の重要性が示された<sup>77)-81)</sup>。Hamasaki ら<sup>32)</sup>は銅合金板の単純曲げのスプリングバック解析において、見かけのヤング率の決定するための除荷応力-ひずみ曲線の範囲がスプリングバック解析結果に及ぼす影響とその精度について検証した。

Lee ら<sup>82)</sup>は応力反転後の非線形挙動を再現する QPE ひずみのアプローチを導入した HAH モデルを構築し、ハット曲げのスプリングバック解析を実施した。QPE ひずみを考慮した結果と見かけのヤング率の結果とでは明らかな差が生じ、QPE ひずみを考慮することで実験結果に近づいた。これにより、除荷時の非線形挙動の影響が確認され、スプリングバック解析への考慮の必要性が示された。

### 1.3 本研究の目的

前節にて、種々の材料特性とそれらを考慮したスプリングバック予測に関する研究を展望した結果、明らかになった問題点は次のようなものである

- (1) スプリングバック予測精度向上に重要な材料特性とされているバウシinger効果，見かけのヤング率，異方性がスプリングバックに及ぼす相対的な影響度が明確になっていない．特に，弾性異方性の影響に関する研究は皆無である．
- (2) 実際のプレス成形では単軸応力のみならず二軸応力状態となる．しかしながら，除荷特性の実験観察や材料モデルの再現性に関する検討は，主に単軸応力状態での応力-ひずみ関係により行われてきた．したがって，単軸引張以外の応力状態での除荷特性が明らかとなっておらず，単軸除荷との関係性も分かっていない．
- (3) 実際のプレス成形ではリストライクなど複数回の成形によって成形品形状に成形する．この際の材料が受ける履歴として引張-除荷（圧縮）-再引張-除荷（圧縮）のような弾性から塑性への遷移領域における繰返し変形を受けるが，従来の研究ではこの変形モードによる応力-ひずみ関係の実験観察と材料モデルの再現性の調査は行われていない．

上記の問題点を解決するために本研究では，スプリングバック予測に及ぼす材料特性の影響を実験的および解析的に明らかにすると同時に，材料特性のモデル化によるスプリングバック予測精度の向上を目的とする．

### 1.4 本論文の構成

第1章では，本研究に関わる社会的背景を述べ，材料特性およびスプリングバック予測に関する過去の研究を概説する．それらを踏まえた上で，本研究の目的および意義を示す．

第2章では，本研究に用いる各種硬化則，異方性降伏関数の構成，特徴を説明する．

第3章では，2種のハイテンのバウシinger効果，見かけのヤング率，塑性異方性，弾性異方性を測定し，それらを各種材料モデルでモデル化した結果を示す．次に，それら4つの材料特性を全て考慮する材料モデルを構築した．さらに，その材料モデルを市販のFEMソフトウェアに組み込み，曲がりハット成形品のスプリングバック解析を行った．この解析により，各材料特性がスプリングバックに及ぼす影響度を検証し，最終的に4つの材料特性を全て考慮した解析によりスプリングバック予測精度を検証する．

第4章では，ハイテンとアルミニウム合金の種々の材料試験より，4つの応力状態での応力-ひずみ曲線の平均勾配と非線形性を評価し，除荷特性の応力状態依存性を検証する．

第5章では，ハイテンの応力反転後の挙動を再現する材料モデルにおいて，従来の材料モデルの特長を詳説し，それらが有する問題点を述べる．それら問題点に鑑みて新たに提案する材料モデルの枠組みを示す．さらに，ハイテンの面内応力反転試験で得られた応力-ひずみ曲線と材料モデルの計算結果とを比較することで再現性を検討する．最終的に，ハット成形品のスプリングバック解析により，提案材料モデルのスプリングバック予測精度を検証する．

第6章では，第1～5章の結果を総括して，本研究で得られた知見および今後の課題を述べる．

## 第2章 弾塑性構成式

### 2.1 緒言

応力とひずみの関係を記述する弾塑性構成式は、塑性加工問題の数値計算を行う上で必要不可欠である。弾塑性構成式は主に硬化則と降伏関数から構成される。硬化則は材料の硬化挙動を決定する数式表現であり、特に、応力反転後の軟化挙動であるバウシinger効果を考慮するために、様々な硬化則が提案されている。また、降伏関数は多軸応力下における材料の降伏挙動および材料の変形方向を規定する数式表現である。1.2.1節で、過去に提案された硬化則および異方性降伏関数について概説したが、本章では主に本研究で用いるものに関して詳細に記述する。また、FEMソフトウェア導入にあたり必要となる弾塑性マトリクスの導出と、各降伏関数の偏微分計算を試みたので詳細に説明する。さらに、スプリングバック予測に重要な弾性変形での応力-ひずみ関係を記述する弾性構成式において、本研究では見かけのヤング率と弾性異方性を考慮するため、これについても記述する。

## 2.2 硬化則

材料の硬化特性を決定する硬化則は、降伏曲面の発展の様式で等方硬化、移動硬化、複合硬化の3つに大別できる。以下にこれら3つの硬化則に加え、本研究で用いたY-Uモデルについて概説する。

### 2.2.1 等方硬化

等方硬化は、降伏曲面がその中心位置および形状を変えず等方的に拡大することで塑性域での加工硬化を再現する。降伏曲面 $f$ は一般的に

$$f = \phi(\boldsymbol{\sigma}) - (Y + R) = 0 \quad \text{または} \quad (2-1)$$

$$f = \phi(\boldsymbol{\sigma}) - \bar{\sigma}(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}) = 0 \quad (2-2)$$

で表現される。ここで $\phi$ は降伏関数から算出される相当応力、 $Y$ は降伏曲面の半径、 $R$ は降伏曲面の拡大量である。単軸引張り相当応力 $\bar{\sigma}$ は相当塑性ひずみ $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ の一義的関数で与えられる。 $\bar{\sigma}$ の数式モデルの代表例を以下に示す。

$$\text{n 乗則}^{1)} \quad \bar{\sigma} = K(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}})^n \quad (2-3)$$

$$\text{Ludwik 則}^{2)} \quad \bar{\sigma} = Y + K(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}})^n \quad (2-4)$$

$$\text{Voce 則}^{3)} \quad \bar{\sigma} = Y + K(1 - \exp(-k\bar{\boldsymbol{\varepsilon}})) \quad (2-5)$$

$$\text{Swift 則}^{4)} \quad \bar{\sigma} = K(\boldsymbol{\varepsilon}_0 + \bar{\boldsymbol{\varepsilon}})^n \quad (2-6)$$

降伏曲面の拡大と応力-ひずみ曲線の関係図を Fig. 2. 1(a)に示す。塑性域での加工硬化は降伏曲面が拡大することにより再現され、応力反転後の再降伏応力は反転前のそれと等しくなる。

### 2.2.2 移動硬化

等方硬化では応力反転後のバウシinger効果を再現できない。バウシinger効果の再現には移動硬化の適用が必要になる。移動硬化は、降伏曲面がその形状および大きさを変えず中心が移動することで塑性域での加工硬化を再現する。降伏曲面 $f$ は一般的に

$$f = \phi(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\alpha}) - Y = 0 \quad (2-7)$$

と表現される。

$\boldsymbol{\alpha}$ は降伏曲面の背応力である。Prager<sup>5)</sup>は背応力の増分方向 $d\boldsymbol{\alpha}$ が塑性ひずみ増分方向となる下記の線形移動硬化を提案した。

$$d\boldsymbol{\alpha} = C d\boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (2-8)$$

一方、Ziegler<sup>6)</sup>は背応力の増分が、背応力に対する応力の相対ベクトル $\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\alpha}$ の線形関係となる下記の移動硬化を提案した。

$$d\boldsymbol{\alpha} = d\mu(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\alpha}) \quad (2-9)$$

Prager や Ziegler の線形移動硬化では塑性域の加工硬化の変化やバウシinger効果による弾性から塑性への滑らかな遷移挙動を再現できない。そこで Armstrong と Frederick<sup>7)</sup>は初めて非線形移動硬

化を提案した.

$$d\alpha = C_1 d\varepsilon^p + C_2 \alpha d\bar{\varepsilon} \quad (2-10)$$

降伏曲面の移動と応力-ひずみ曲線の関係図を Fig. 2. 1(b)に示す. 塑性域での加工硬化は降伏曲面が移動することにより再現され, 応力反転後の再降伏応力は反転前のそれより小さくなる.

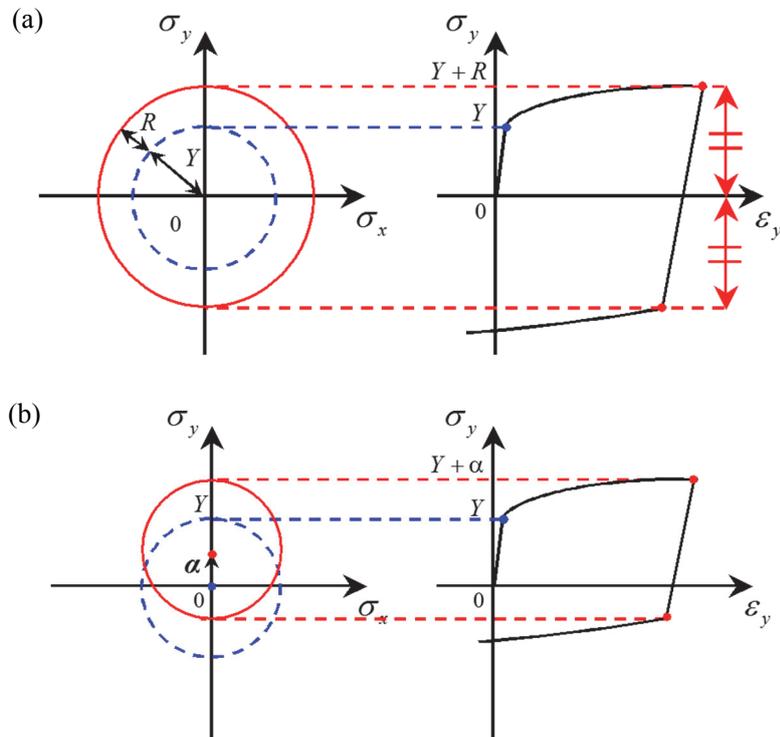


Fig. 2. 1 Relationship between yield surface and stress-strain curve: (a) isotropic hardening; (b) kinematic hardening

### 2.2.3 複合硬化

移動硬化のみの考慮では, 繰返し引張圧縮変形を受けた際の繰返し加工硬化が再現できない. そこで, Lemaitre と Chaboche<sup>8)</sup>は等方硬化と移動硬化を組合せた複合硬化を提案した. 降伏曲面  $f$  は

$$f = \phi(\sigma - \alpha) - (Y + R) = 0 \quad (2-11)$$

となる.  $\alpha$  は背応力,  $R$  は等方硬化量である. 背応力の発展式と等方硬化の発展式はそれぞれ次式で与えられる.

$$d\alpha = C \left( \frac{2}{3} a \varepsilon^p - \alpha d\bar{\varepsilon} \right) \quad (2-12)$$

$$dR = b(Q - R)d\bar{\varepsilon} \quad (2-13)$$

ここで  $C, a, b, Q$  は材料定数である. 材料の硬化は降伏曲面の拡大と移動によって再現されるため, 等方硬化と移動硬化のバランスを調節することで, 単調流動応力と反転流動応力の両方を合わせ込める自由度を有している.

2.2.4 Y-U モデル

Yoshida と Uemori<sup>9)</sup>はバウシニング効果と繰返し加工硬化に加え、応力反転後の硬化休止現象と永久軟化を再現するために、Fig. 2.2 に示すように二つの曲面（降伏曲面と限界曲面）を仮定した材料モデルを提案した。本モデルでは降伏曲面に移動硬化，限界曲面に等方硬化と移動硬化を適用する。降伏曲面  $f$  および限界曲面  $F$  を以下に示す。

$$f = \phi(\sigma, \alpha) - Y = 0 \quad (2-14)$$

$$F = \phi(\sigma, \beta) - (B + R) = 0 \quad (2-15)$$

$\phi$  は降伏関数から算出される相当応力， $Y$  は降伏曲面の半径， $\alpha$  は降伏曲面の背応力である。 $\beta$  は限界曲面の背応力， $B$  および  $R$  は限界曲面の初期半径とその等方硬化量を表している。また，限界曲面背応力  $\beta$  に対する降伏曲面背応力  $\alpha$  の相対的位置ベクトル  $\alpha^*$  は

$$\alpha^* = \alpha - \beta \quad (2-16)$$

となり， $\alpha^*$  と  $\beta$  の発展式は以下のようになる。

$$d\alpha^* = C \left[ \left( \frac{a}{Y} \right) (\sigma - \alpha) - \sqrt{\frac{a}{\alpha^*}} \alpha^* \right] d\bar{\varepsilon}^p \quad (2-17)$$

$$d\beta = m \left[ \left( \frac{b}{Y} \right) (\sigma - \alpha) - \beta \right] d\bar{\varepsilon}^p \quad (2-18)$$

$$a = B + R - Y = a_0 + R \quad (2-19)$$

$$dR = m(R_{sat} - R) d\bar{\varepsilon}^p \quad (2-20)$$

$b$ ,  $C$  および  $m$  は降伏曲面ならびに限界曲面の移動硬化量を決定する材料定数である。 $a$  は降伏曲面と限界曲面の半径差であり， $a_0$  はその初期値である。 $R_{sat}$  は限界曲面の等方硬化の収束値である。

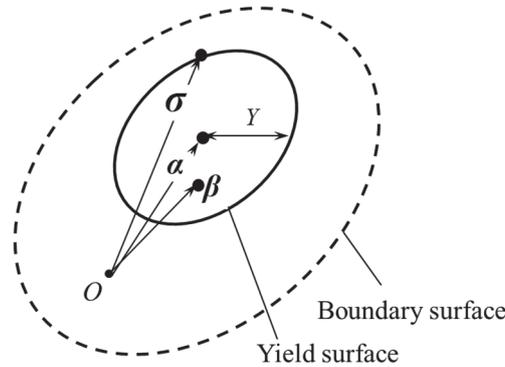


Fig. 2.2 Schematic illustration of Yoshida-Uemori model

比較的強度の低い金属材料（軟鋼やアルミニウム合金）で顕著に観察される応力反転後の等方硬化休止現象を表現するために、Fig. 2.3 の模式図に示すように応力空間内に非等方硬化領域  $g$  (以下、非硬化曲面)を表す。

$$g_\sigma = \frac{3}{2} (\beta - q) : (\beta - q) - r^2 = 0 \quad (2-21)$$

ここで， $q$  および  $r$  はこの曲面  $g$  の中心および半径である。限界曲面の中心  $\beta$  は必ずこの非硬化曲面内または曲面上にあると仮定し，等方硬化の発展と休止（非硬化）の条件を次のようにする。

- (i) 限界曲面の中心 $\beta$ が非硬化曲面 $g$ 上にあり、 $d\beta$ が曲面 $g$ の外向きの際は硬化発展
- (ii) 限界曲面の中心 $\beta$ が非硬化曲面 $g$ の内部にある時は非硬化

すなわち

$$g_\sigma = \frac{3}{2}(\beta - q) : (\beta - q) - r^2 = 0 \quad \text{かつ} \quad \frac{\partial g_\sigma}{\partial \beta} : d\beta > 0 \quad \text{のとき} \quad dR > 0 \quad (2-22)$$

それ以外では  $dR=0$

非硬化曲面 $g$ の移動則を次式で与える.

$$dq = \mu(\beta - q) \quad (2-23)$$

$\mu$ は、限界曲面の中心が必ずこの非硬化曲面上にあるための条件により次のように表せる.

$$\mu = \frac{(1-h)}{r} d\Gamma = \frac{(1-h)}{r} \frac{\partial g_\sigma}{\partial \beta} : d\beta \quad (2-24)$$

非硬化曲面 $g$ の拡大則を次式で与える.

$$dR > 0 \quad \text{のとき} \quad dr = h d\Gamma \quad (2-25)$$

$$dR = 0 \quad \text{のとき} \quad dr = 0$$

ここで、 $h$ は非硬化曲面 $g$ の拡大速度を支配する材料定数である.

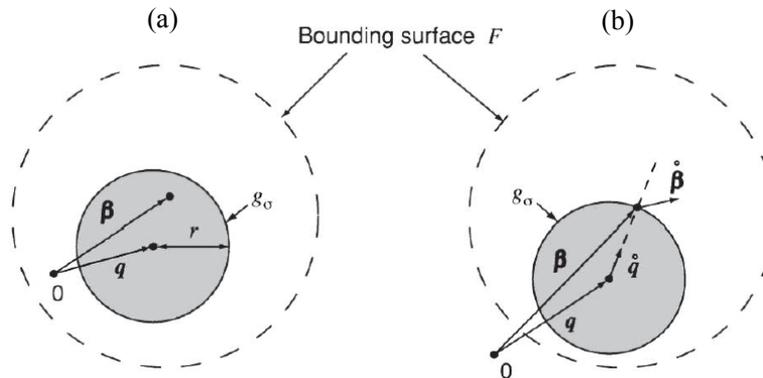


Fig. 2. 3 Schematic illustration of non-isotropic hardening surface: (a)  $dR = 0$ ; (b)  $dR > 0$ .

## 2.3 異方性降伏関数

異方性降伏関数は多軸応力状態における材料の降伏挙動とひずみ進展方向を規定するものであり、塑性加工解析において重要な役割を果たしている。過去の研究において、様々な異方性降伏関数が提案されている<sup>10),11)</sup>が、本研究では板材成形解析に最も広く用いられている2つの異方性降伏関数である Hill'48 降伏関数と Yld2000-2d 降伏関数をスプリングバック解析へ適用した。下記に von Mises の等方性降伏関数も加えて、平面応力状態 ( $\sigma_z = 0$ ) の際の各降伏関数を概説する。

### 2.3.1 von Mises

降伏条件式は次式で定義される。

$$f = \frac{1}{2} \left\{ \sigma_{yy}^2 + \sigma_{xx}^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 6\tau_{xy}^2 \right\} - \bar{\sigma}^2 = 0 \quad (2-26)$$

$\bar{\sigma}$  は相当応力 (圧延方向の単軸引張りに換算した応力値) であり、

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sigma_{yy}^2 + \sigma_{xx}^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 6\tau_{xy}^2 \right\}} \quad (2-27)$$

と表せる。塑性ひずみ増分ベクトル  $d\boldsymbol{\varepsilon}^p$  は関連流動則より、

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^p = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} d\lambda = \frac{\partial f}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} d\lambda = \frac{1}{2} \phi^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} d\lambda = \frac{1}{2\bar{\sigma}} \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} d\lambda \quad (2-28)$$

となり、各方向の塑性ひずみ増分  $d\boldsymbol{\varepsilon}^p$  は

$$d\varepsilon_{xx}^p = \frac{1}{2\bar{\sigma}} (2\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) d\lambda \quad (2-29)$$

$$d\varepsilon_{yy}^p = \frac{1}{2\bar{\sigma}} (2\sigma_{yy} - \sigma_{xx}) d\lambda \quad (2-30)$$

$$d\gamma_{xy}^p = \frac{1}{2\bar{\sigma}} 6\tau_{xy} d\lambda \quad (2-31)$$

と表せる。

### 2.3.2 Hill'48

Hill<sup>12)</sup>は von Mises の等方性降伏条件式を一般化して次式のような 2 次の降伏関数を提案した。

$$f = \frac{1}{2} \left\{ F\sigma_{yy}^2 + G\sigma_{xx}^2 + H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 2N\tau_{xy}^2 \right\} - \frac{G+H}{2} \bar{\sigma}^2 = 0 \quad (2-32)$$

ここで  $F, G, H, N$  は異方性を表すパラメータである。相当応力  $\bar{\sigma}$  は、

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{F\sigma_{yy}^2 + G\sigma_{xx}^2 + H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 2N\tau_{xy}^2}{G+H}} \quad (2-33)$$

と表せる。ここで、異方性パラメータを 3 方向の  $r$  値によって決定すると以下のような関係式を得る。

$$r_0 = \frac{H}{G}, \quad r_{45} = \frac{2N - F - G}{2(F + G)}, \quad r_{90} = \frac{H}{F} \quad (2-34)$$

したがって、相当応力  $\bar{\sigma}$  は

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{r_0\sigma_{yy}^2 + r_{90}\sigma_{xx}^2 + r_0r_{90}(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (r_0 + r_{90})(2r_{45} + 1)\tau_{xy}^2}{r_{90}(1 + r_0)}} \quad (2-35)$$

と表せる。塑性ひずみ増分ベクトル  $d\boldsymbol{\varepsilon}^p$  は関連流動則より、

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^p = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} d\lambda = \frac{\partial f}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} d\lambda = \frac{1}{2} \phi^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} d\lambda = \frac{1}{2\bar{\sigma}} \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} d\lambda \quad (2-36)$$

となり、各方向の塑性ひずみ増分  $d\boldsymbol{\varepsilon}^p$  は

$$d\varepsilon_{xx}^p = \frac{1}{2\bar{\sigma}} \frac{2r_0\sigma_{xx} + 2r_0r_0(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})}{r_0(1+r_0)} d\lambda \quad (2-37)$$

$$d\varepsilon_{yy}^p = \frac{1}{2\bar{\sigma}} \frac{-2r_0r_0(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) + 2r_0\sigma_{yy}}{r_0(1+r_0)} d\lambda \quad (2-38)$$

$$d\gamma_{xy}^p = \frac{1}{2\bar{\sigma}} \frac{2(r_0 + r_0)(2r_0 + 1)\tau_{xy}}{r_0(1+r_0)} d\lambda \quad (2-39)$$

と表せる。

### 2.3.3 Yld2000-2d

Barlat ら<sup>13)</sup>は板材成形解析での平面応力問題に特化した異方性降伏関数を提案した。関数は次式で定義される。

$$\phi = \phi' + \phi'' = 2\bar{\sigma}^M \quad (2-40)$$

ここで

$$\phi' = |X'_1 - X'_2|^M, \quad \phi'' = |2X''_2 + X''_1|^M + |2X''_1 + X''_2|^M \quad (2-41)$$

$$X'_1 = \frac{1}{2} \left( X'_{xx} + X'_{yy} + \sqrt{(X'_{xx} - X'_{yy})^2 + 4X'_{xy}{}^2} \right) \quad (2-42)$$

$$X'_2 = \frac{1}{2} \left( X'_{xx} + X'_{yy} - \sqrt{(X'_{xx} - X'_{yy})^2 + 4X'_{xy}{}^2} \right) \quad (2-43)$$

$$X''_1 = \frac{1}{2} \left( X''_{xx} + X''_{yy} + \sqrt{(X''_{xx} - X''_{yy})^2 + 4X''_{xy}{}^2} \right) \quad (2-44)$$

$$X''_2 = \frac{1}{2} \left( X''_{xx} + X''_{yy} - \sqrt{(X''_{xx} - X''_{yy})^2 + 4X''_{xy}{}^2} \right) \quad (2-45)$$

$$\mathbf{X}' = \mathbf{L}' : \boldsymbol{\sigma}, \quad \mathbf{X}'' = \mathbf{L}'' : \boldsymbol{\sigma} \quad (2-46)$$

$\mathbf{L}'$ ,  $\mathbf{L}''$  は 8 個の独立した異方性材料定数  $\alpha_k$  ( $k=1\sim 8$ ) を含み、以下のように表現される。

$$\begin{Bmatrix} L'_{11} \\ L'_{12} \\ L'_{21} \\ L'_{22} \\ L'_{66} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_7 \end{Bmatrix} \quad (2-47)$$

$$\begin{Bmatrix} L''_{11} \\ L''_{12} \\ L''_{21} \\ L''_{22} \\ L''_{66} \end{Bmatrix} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -2 & 2 & 8 & -2 & 0 \\ 1 & -4 & -4 & 4 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & 1 & 0 \\ -2 & 8 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_8 \end{Bmatrix} \quad (2-48)$$

式(2-47), 式(2-48)より式(2-46)は以下のようにマトリクス表記できる.

$$\begin{Bmatrix} X'_{xx} \\ X'_{yy} \\ X'_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2\alpha_2}{3} & \frac{2\alpha_1}{3} & 0 \\ -\frac{\alpha_2}{3} & \frac{2\alpha_2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_7 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2-49)$$

$$\begin{Bmatrix} X''_{xx} \\ X''_{yy} \\ X''_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -2\alpha_3 + 2\alpha_4 + 8\alpha_5 - 2\alpha_6 & \alpha_3 - 4\alpha_4 - 4\alpha_5 + 4\alpha_6 & 0 \\ 4\alpha_3 - 4\alpha_4 - 4\alpha_5 + \alpha_6 & -2\alpha_3 + 8\alpha_4 + 2\alpha_5 - 2\alpha_6 & 0 \\ 0 & 0 & 9\alpha_8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2-50)$$

異方性材料定数  $\alpha_1 \sim \alpha_8$  は実験から得られた  $\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}, \sigma_b, r_0, r_{45}, r_{90}, r_b$  を用いて導かれる 8 元連立非線形方程式を解いて決定する. ただし  $\sigma_{45}, \tau_{xy}, r_{45}$  などの面内のせん断応力成分を考慮しないとき  $\alpha_7, \alpha_8$  の決定は不要である. 塑性ひずみ増分ベクトル  $d\boldsymbol{\varepsilon}^p$  は関連流動則より,

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^p = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} d\lambda = \frac{\partial f}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} d\lambda = \frac{1}{M} \phi^{M-1} \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} d\lambda = \frac{1}{M\bar{\sigma}^{M-1}} \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} d\lambda \quad (2-51)$$

となる. 各方向の塑性ひずみ増分  $d\boldsymbol{\varepsilon}^p$  の導出は省略する.

## 2.4 見かけのヤング率

Yoshida ら<sup>14)</sup>は除荷時の非線形な応力-ひずみ関係を線形近似し, その応力-ひずみの平均勾配を見かけのヤング率と定義した. さらに, 塑性ひずみの進展に伴い見かけのヤング率は低下することを示した. さらに, この挙動を FEM で再現するために, ヤング率  $E$  と相当塑性ひずみ  $\bar{\varepsilon}^p$  の関係式を提案した.

$$E = E_0 - (E_0 - E_a) \{1 - \exp(-\xi \bar{\varepsilon}^p)\} \quad (2-52)$$

ここで,  $E_a$  は見かけのヤング率の収束値,  $\xi$  は収束速さを表す.

## 2.5 弾性異方性

直交異方性材料において, 等方性を仮定した場合の弾性コンプライアンスを用いた応力とひず

みの関係式は

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{pmatrix} \quad (2-53)$$

となる．さらに，弾性異方性を考慮した場合の応力とひずみの関係式は

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_{xx}} & -\frac{\nu_{yx}}{E_{yy}} & -\frac{\nu_{zx}}{E_{zz}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_{xx}} & \frac{1}{E_{yy}} & -\frac{\nu_{zy}}{E_{zz}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xz}}{E_{xx}} & -\frac{\nu_{yz}}{E_{yy}} & \frac{1}{E_{zz}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{xy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{yz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{zx}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{pmatrix} \quad (2-54)$$

と表せる．ここで，圧延方向に対し  $0^\circ$ ， $45^\circ$  および  $90^\circ$  方向のヤング率をそれぞれ  $E_0$ ， $E_{45}$ ， $E_{90}$ ，せん断弾性率を  $G$  とすると， $E_{xx}=E_0$ ， $E_{yy}=E_{90}$ ， $G_{xy}=G$  であり面内のポアソン比  $\nu_{xy}$ ， $\nu_{yx}$  は，

$$\nu_{xy} = \frac{1}{2} + \frac{E_0}{2E_{90}} + \frac{E_0}{2G} - \frac{2E_0}{E_{45}} \quad (2-55)$$

$$\nu_{yx} = \frac{1}{2} + \frac{E_{90}}{2E_0} + \frac{E_{90}}{2G} - \frac{2E_{90}}{E_{45}} \quad (2-56)$$

と表せる．板厚方向 ( $z$  方向) の物性値は以下のように仮定する．

$$E_{zz} = \frac{1}{3}(E_0 + E_{45} + E_{90}) \quad (2-57)$$

$$G_{yz} = G_{zx} = G_{xy} \quad (2-58)$$

$$\nu_{yz} = \nu_{zx} = \frac{\nu_{xy} + \nu_{yx}}{2} \quad (2-59)$$

## 2.6 FEM への導入方法

本研究では種々の硬化則と降伏関数を組み合わせた材料モデルや新たに開発した材料モデルを用いた FEM 計算を行うため、ユーザーサブルーチンによる FEM への組み込みが必要となる。そこで、汎用 FEM コード LS-DYNA ver.971 のユーザー定義材料モデル `umat` に応力計算のプログラムをコーディングした。Fig. 2.4 にユーザーサブルーチンプログラムのフローチャートを示す。

本プログラムでは弾塑性判定を以下の4つの分岐により行っている。

- ①弾性→弾塑性
- ②弾塑性→弾塑性
- ③弾塑性→弾性(徐荷)
- ④弾性→弾性

この4パターンを次の変数を用いて判定した。

- ・  $\theta \left( = \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma \right)$  : 負荷方向判定パラメータ (降伏曲面垂直方向と試行的弾性応力増分の内積)
- ・  $f (= \phi - Y)$  : 塑性ポテンシャル (降伏関数から計算される相当応力  $\phi$  - 降伏応力  $Y$ )
- ・  $\lambda$  : 弾塑性判定パラメータ (前ステップが弾性であれば0, 弾塑性であれば1)

4つの分岐の詳細を以下に示す。

### ①弾性→弾塑性

条件: 前ステップが弾性, かつ塑性ポテンシャル  $f$  が正, かつ内積  $\theta$  が正

弾性計算から弾塑性計算に移行する際、降伏曲面上に存在する応力点を経由する必要がある。本プログラムで用いている `rmin` 法の模式図を Fig. 2.5 に示す。現ステップでの応力点を A 点とし、次ステップで弾性応力増分を足すと降伏曲面を超えてしまう場合を考える。ここでちょうど降伏曲面上に応力点がある、つまり塑性ポテンシャル  $f$  が 0 となるような応力増分を算出するために、ひずみ増分に 0 から 1 の値をとる係数 `rmin` を掛け、弾性計算と弾塑性計算でひずみ増分を分割している。つまり、AC 間はひずみ増分  $rmin \cdot d\epsilon$  で弾性応力増分を計算、CB 間はひずみ増分  $(1 - rmin) \cdot d\epsilon$  で弾塑性応力増分を計算している。`rmin` の決定方法として本プログラムでは二分法を用いており、`rmin` を変化させて  $f = 0$  となる `rmin` を決定している。この分岐を通ると弾塑性判定パラメータ  $\lambda$  を 0 から 1 に変化する。

### ②弾塑性→弾塑性

条件: 前ステップが弾塑性, かつ内積  $\theta$  が正

以下の式により弾塑性応力増分の計算を行う。弾塑性マトリクス  $D^{ep}$  の算出は後に記述する。

$$d\sigma^{ep} = D^{ep} d\epsilon \quad (2-60)$$

### ③弾塑性→弾性(徐荷)

条件: 前ステップが弾塑性, かつ内積  $\theta$  が負

`rmin` を 0, 弾塑性判定パラメータ  $\lambda$  を 1 から 0 とし再び判定に戻り弾性計算へ。

### ④弾性→弾性

条件：①，②および③の条件を全て満たさない場合

以下の式により弾性応力増分の計算を行う．

$$d\boldsymbol{\sigma}^e = \mathbf{D}^e d\boldsymbol{\varepsilon} \quad (2-61)$$

ここで  $\mathbf{D}^e$  は弾性マトリクスであり，等方弾性体を仮定した場合以下のように表せる．

$$\mathbf{D}^e = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 \\ D_{31} & D_{23} & D_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{pmatrix} \quad (2-62)$$

$$D_{11} = D_{22} = D_{33} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2-63)$$

$$D_{12} = D_{13} = D_{21} = D_{23} = D_{31} = D_{32} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2-64)$$

$$D_{44} = D_{55} = D_{66} = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2-65)$$

また，弾性異方性を考慮した弾性マトリクスは

$$\mathbf{D}^e = \frac{1}{E_{xx}E_{yy}E_{zz}\Delta} \begin{pmatrix} \left(1 - \frac{\nu_{yz}^2 E_{zz}}{E_{yy}}\right) E_{xx} & \nu_{yz}\nu_{zx}E_{xx} + \nu_{xy}E_{yy} & \nu_{xy}\nu_{yz}E_{zz} + \nu_{zx}E_{xx} & 0 & 0 & 0 \\ \nu_{yz}\nu_{zx}E_{xx} + \nu_{xy}E_{yy} & \left(1 - \frac{\nu_{zx}^2 E_{xx}}{E_{zz}}\right) E_{yy} & \nu_{xy}\nu_{zx}E_{yy} + \nu_{yz}E_{zz} & 0 & 0 & 0 \\ \nu_{xy}\nu_{yz}E_{zz} + \nu_{zx}E_{xx} & \nu_{xy}\nu_{zx}E_{yy} + \nu_{yz}E_{zz} & \left(1 - \frac{\nu_{xy}^2 E_{yy}}{E_{xx}}\right) E_{zz} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2G_{xy}\Delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2G_{yz}\Delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2G_{zx}\Delta \end{pmatrix} \quad (2-66)$$

$$\Delta = \frac{1}{E_{xx}E_{yy}E_{zz}} \left(1 - \nu_{xz}\nu_{zx} - \nu_{xy}\nu_{yx} - \nu_{yz}\nu_{zy} - \nu_{xz}\nu_{zy}\nu_{yx} - \nu_{xy}\nu_{yz}\nu_{zx}\right) \quad (2-67)$$

と定義できる．

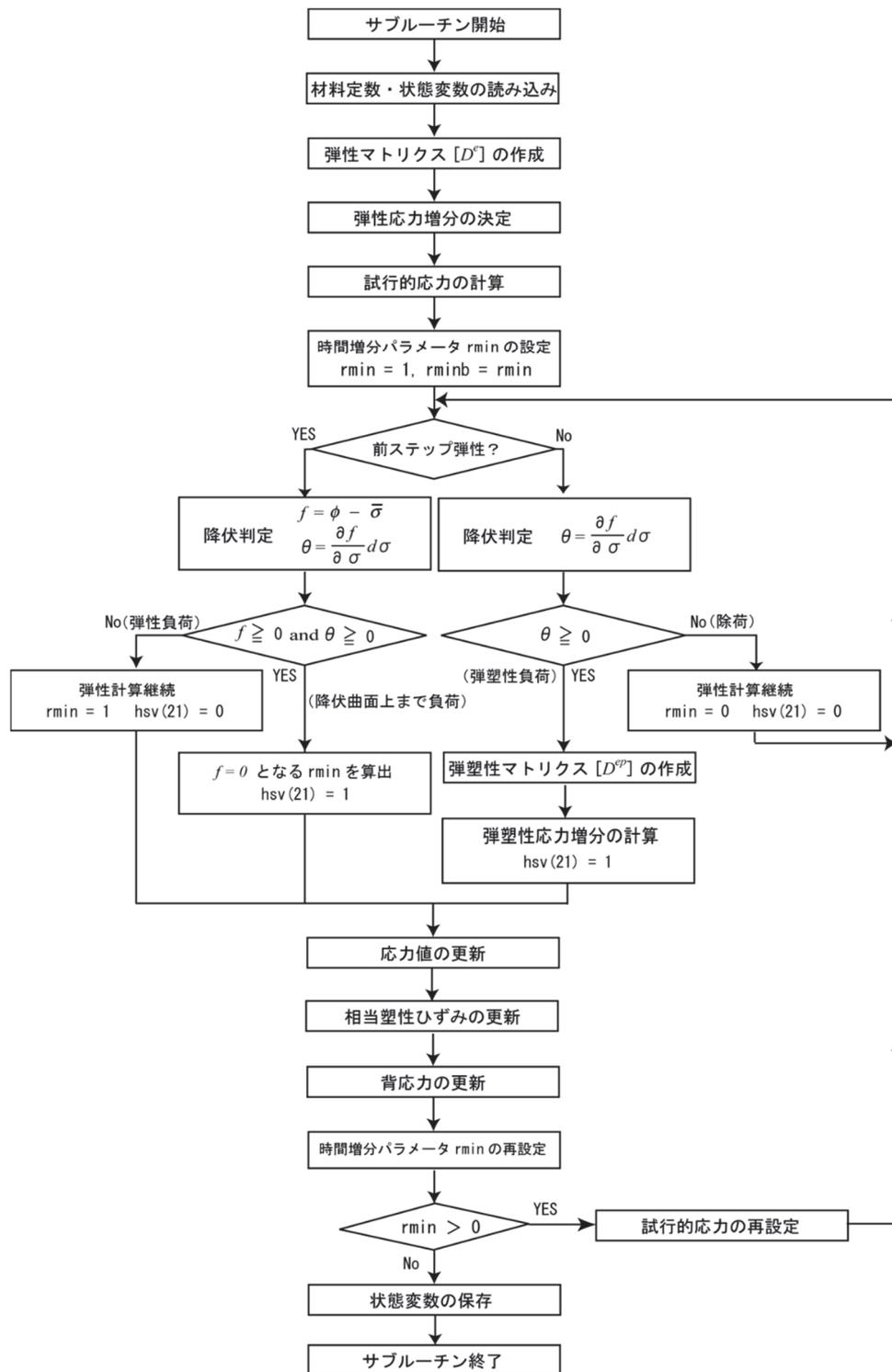


Fig. 2. 4 Flow chart of user subroutine program.

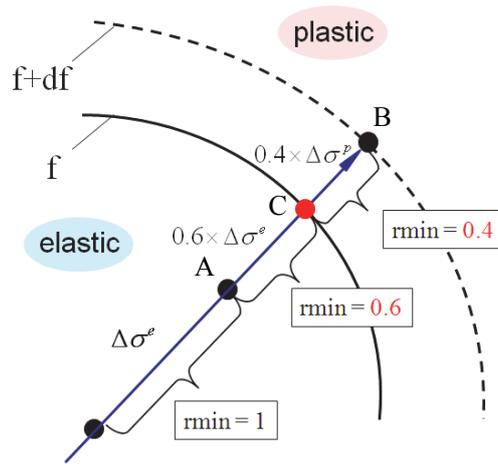


Fig. 2. 5 Schematic diagram of rmin method.

次に弾塑性マトリクス  $D^p$  の算出について説明する．ここでは Y-U モデルにおける弾塑性マトリクスの算出方向について説明する．応力増分を  $d\sigma$  とすると

$$\begin{aligned}
 d\sigma &= D^e d\varepsilon^e \\
 &= D^e (d\varepsilon - d\varepsilon^p) \\
 &= D^e \left( d\varepsilon - \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\lambda \right)
 \end{aligned} \tag{2-68}$$

と表すことができる．ここで  $D^e$  は弾性マトリクスである．現在の応力点が降伏曲面上に存在するとき  $df = 0$  となる． $f$  は  $\sigma$  と  $\alpha$  の関数なので

$$\begin{aligned}
 df &= \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial f}{\partial \alpha} d\alpha \\
 &= \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma - \frac{\partial f}{\partial \sigma} (d\alpha^* + d\beta) \\
 &= \frac{\partial f}{\partial \sigma} D^e \left( d\varepsilon - \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\lambda \right)
 \end{aligned} \tag{2-69}$$

$$- \frac{\partial f}{\partial \sigma} \left[ C \left\{ \left( \frac{a}{Y} \right) (\sigma - \alpha) - \sqrt{\frac{a}{\alpha^*}} \alpha^* \right\} d\bar{\varepsilon}^p + m \left[ \left( \frac{b}{Y} \right) (\sigma - \alpha) - \beta \right] d\bar{\varepsilon}^p \right]$$

$$= 0$$

となる．ここで  $d\bar{\varepsilon}^p = d\lambda$  なので  $d\lambda$  でまとめると

$$d\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma} D^e d\varepsilon}{\frac{\partial f}{\partial \sigma} D^e \frac{\partial f}{\partial \sigma} + \frac{\partial f}{\partial \sigma} \left[ \left( \frac{Ca + mb}{Y} \right) (\sigma - \alpha) - \left( C \sqrt{\frac{a}{\alpha^*}} \alpha^* + m\beta \right) \right]} \tag{2-70}$$

これを式(2-68)に代入して

$$\begin{aligned}
 d\boldsymbol{\sigma} &= D^e \left( d\boldsymbol{\varepsilon} - \frac{\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} D^e d\boldsymbol{\varepsilon}}{\frac{\partial f^T}{\partial \boldsymbol{\sigma}} D^e \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \left[ \left( \frac{Ca+mb}{Y} \right) (\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{a}) - \left( C \sqrt{\frac{a}{\alpha^*}} \boldsymbol{a}^* + m\boldsymbol{\beta} \right) \right]} \right) \\
 &= \left( D^e - \frac{D^e \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \otimes \frac{\partial f^T}{\partial \boldsymbol{\sigma}} D^e}{\frac{\partial f^T}{\partial \boldsymbol{\sigma}} D^e \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \left[ \left( \frac{Ca+mb}{Y} \right) (\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{a}) - \left( C \sqrt{\frac{a}{\alpha^*}} \boldsymbol{a}^* + m\boldsymbol{\beta} \right) \right]} \right) d\boldsymbol{\varepsilon}
 \end{aligned} \tag{2-71}$$

よって弾塑性マトリクス  $D^{ep}$  は

$$D^{ep} = D^e - \frac{D^e \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \otimes \frac{\partial f^T}{\partial \boldsymbol{\sigma}} D^e}{\frac{\partial f^T}{\partial \boldsymbol{\sigma}} D^e \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \left[ \left( \frac{Ca+mb}{Y} \right) (\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{a}) - \left( C \sqrt{\frac{a}{\alpha^*}} \boldsymbol{a}^* + m\boldsymbol{\beta} \right) \right]} \tag{2-72}$$

となる。

## 2.7 結言

本章では本研究に用いる弾塑性構成式，とりわけ硬化則，異方性降伏関数，見かけのヤング率，弾性異方性について説明した．さらに，FEM ソフトウェア導入にあたり必要となる弾塑性マトリクスの導出と，各降伏関数の偏微分計算を示した．硬化則と異方性降伏関数において，それぞれ数式の複雑さは異なる．数式が複雑になり自由度が大きくなれば考慮できる物性値や材料挙動が増えるため，実際の挙動をより忠実に再現できるようになる．一方で，計算に必要な材料定数の数が増え，全ての材料定数を同定するために特殊な材料試験が必要となる場合がある．また，複雑な構成式を用いた FEM 計算では計算時間の増加が伴う．したがって，構成式の精度と汎用性はトレードオフの関係にあり，弾塑性構成式の選定には成形様式，材料，考慮すべき材料特性などから総合的に判断する必要がある．

## 第3章 スプリングバック予測に及ぼす種々の材料特性の影響

### 3.1 緒言

ハイテンのプレス成形では、離型後に大きなスプリングバックを生じることから、スプリングバックの事前予測は、部品の更なる高強度化を実現する上で最も重要な課題の一つである。Fig. 3.1 にスプリングバック予測に影響を及ぼすと考えられる4つの材料特性を示す。

バウシinger効果は応力反転後の軟化挙動であり、ハイテンなどの高強度材料で顕著に観察される。2000年代初めに Geng ら<sup>1)</sup>や Yoshida ら<sup>2)</sup>はバウシinger効果がスプリングバック予測結果に大きな影響を及ぼすことを主張し、それ以降、バウシinger効果の測定・モデル化とそれを考慮したスプリングバック解析に関する多くの研究がなされてきた。特に、ドロウ成形の縦壁部に代表される曲げ曲げ戻し変形を受ける箇所では、下死点応力の見積りにおいてバウシinger効果は大きな影響を及ぼす。

除荷応力-ひずみ曲線の平均勾配である見かけのヤング率もスプリングバック解析結果に大きく影響を及ぼすことが従来の研究から明らかとなっている<sup>3)4)</sup>。見かけのヤング率は塑性変形に伴い鋼材で20%<sup>5)</sup>、アルミニウム合金板で約10%<sup>6)</sup>、銅合金板で約40%<sup>6)</sup>低下する。スプリングバックは“除荷現象”でありヤング率が直接的にスプリングバック量を決定づけるため、材料モデルによる見かけのヤング率の考慮の重要性は明らかである。

一方、その他の材料特性として、材料の持つ異方性もスプリングバック予測精度に影響を及ぼす因子であると考えられる。特に、塑性流動応力や  $r$  値の面内差である塑性異方性に関しては、数多くの異方性降伏関数が提案され、それらを考慮したスプリングバック解析により塑性異方性の影響が検討されてきた<sup>7)8)</sup>。材料の異方性には塑性変形における塑性異方性に加え、ヤング率の面内差に代表される弾性異方性がある。多結晶鉄の場合、板面内の方向によりヤング率は10%程度変化することが確認されている<sup>9)10)</sup>。したがって、弾性異方性の考慮/非考慮によりスプリングバック予測結果は変化し、塑性異方性同様に重要な材料特性であると考えられる。

スプリングバックの予測精度向上のためには、材料の変形挙動を忠実に再現することが必要不可欠である。しかし、実際の生産現場において、限られた開発期間の中で全ての材料特性を測定し、それらを考慮したシミュレーションを行うことは不可能である。それゆえ、スプリングバック予測精度に重要な材料特性を選択しそれを考慮した解析を行う効率的なシミュレーション業務が求められる。これにより、以上で述べたバウシinger効果、見かけのヤング率、弾性異方性、塑性異方性の4つの材料特性が相対的にどの程度スプリングバック予測結果に影響を及ぼすかを明らかにすることは学術的にも工業的にも極めて重要である。

そこで本研究では、強度の異なる2種類のハイテンの種々の材料試験を行い、上記4つの材料特性の実験観察を行った。そして、簡易形状成形品のプレス成形試験とそのシミュレーションを行い、各材料特性がスプリングバックに及ぼす影響を明確化するとともに、上記の種々の材料特性全てを同時に考慮した弾塑性構成式を開発しそのスプリングバック予測精度を検証した。

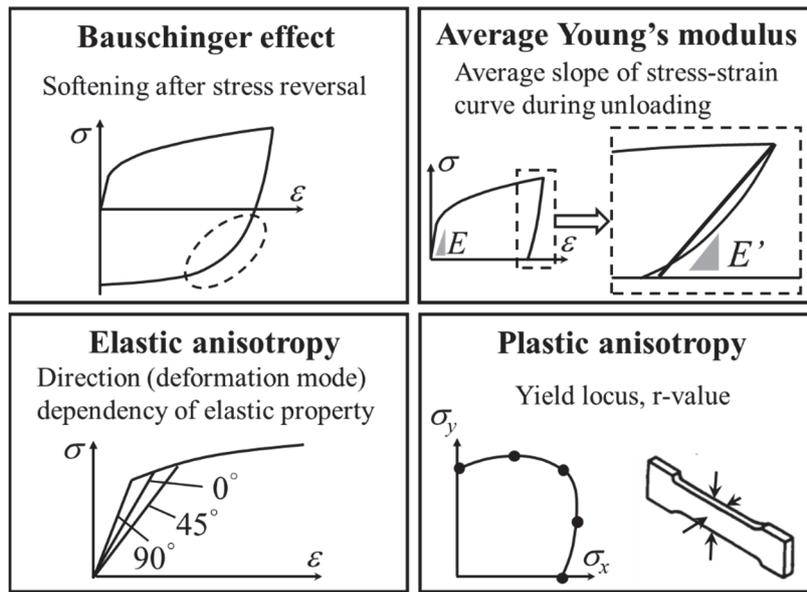


Fig. 3. 1 Important material properties for springback prediction.

### 3.2 供試材

供試材は590MPa級析出強化鋼（590R）と980MPa級Dual Phase鋼（980Y）である。板厚は共に1.2mmである。Table 3. 1に圧延方向に対し0°、45°および90°の機械的物性値を示す。降伏応力YS、引張強さTSおよびr値rは引張試験により測定し、ヤング率Eとせん断弾性率Gは共振法（ASTM Standard, 2001）により測定した。

Table 3. 1 Mechanical properties

Steel	Direction	YS/MPa	TS/MPa	r	E/GPa	G/GPa
590R	0°	446	622	0.50	213	77
	45°	447	596	1.33	203	86
	90°	492	635	0.77	227	77
980Y	0°	702	986	0.82	202	82
	45°	691	998	0.87	211	79
	90°	685	1007	0.98	210	82

### 3.3 材料特性の実験観察とそのモデル化

#### 3.3.1 実験方法

##### 3.3.1.1 試験機

試験機は国際計測器株式会社製二軸引張圧縮試験機KNAT-100-SMHP(容量100kN)を用いた。試験機の概観をFig. 3. 2に示す。本試験機はサーボモータによる駆動方式であり、変位制御、荷重制御、ひずみ制御による試験が可能である。面内応力反転の際には、試験片の座屈防止のために

試験片取り付け部の上方のZ軸ユニットにより、板厚方向に荷重（最大 50kN）を付加することができる。本研究で行った以下の4つの試験はいずれも本試験機を用いた。

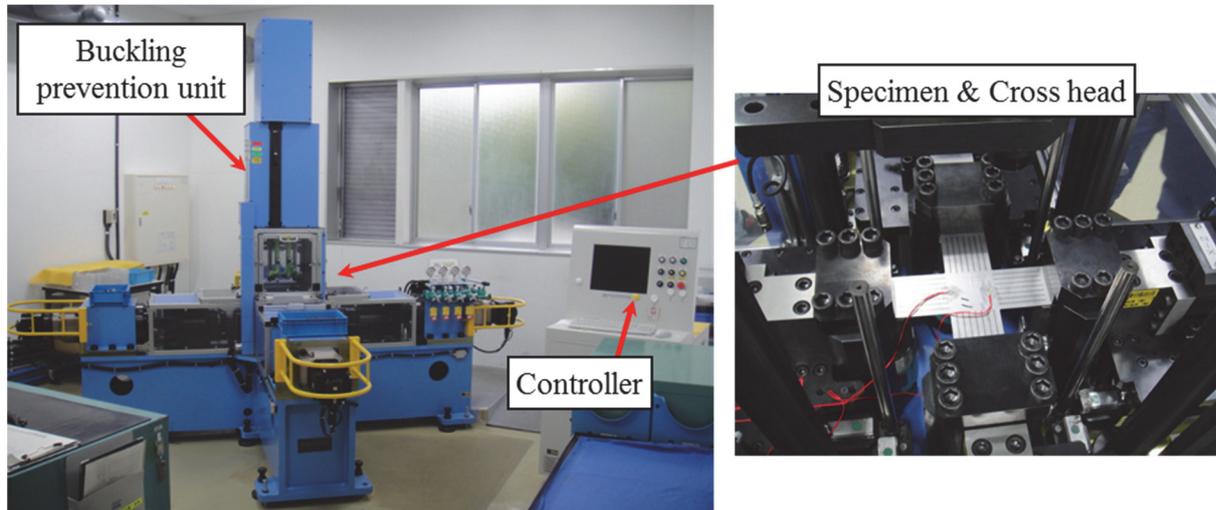


Fig. 3. 2 Biaxial tension-compression testing machine.

### 3.3.1.2 単軸引張試験

ひずみは INSTRON 製クリップ式伸び計 2630-113（標点間 50mm）により測定した。試験片形状は JIS5 号試験片であり、試験方向は圧延方向に対し  $0^\circ$ 、 $45^\circ$  および  $90^\circ$  の 3 方向である。試験速度は約 10mm/min とし、変位制御で試験を行った。

### 3.3.1.3 単軸引張除荷試験

ひずみは INSTRON 製クリップ式伸び計 2630-113（標点間 50mm）により測定した。試験片形状は JIS5 号試験片であり、試験方向は圧延方向に対し  $0^\circ$ 、 $45^\circ$  および  $90^\circ$  の 3 方向である。除荷特性を測定させるために試験片に変位制御で繰返し引張除荷変形を与えた。伸びが所定の値に達した際に除荷を開始し、荷重が 0 になるまで除荷させた。このサイクルを均一伸びの範囲で数回繰返した (Fig. 3. 3)。

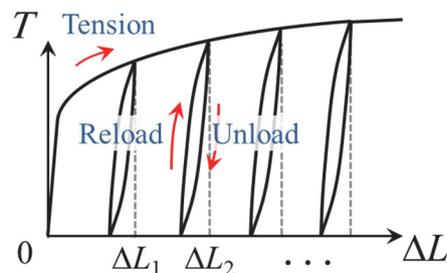


Fig. 3. 3 Load-elongation curve during tension-unloading test.



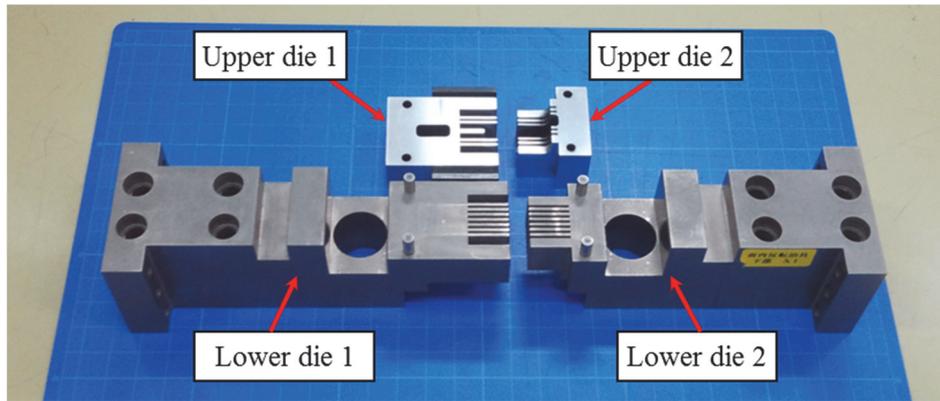


Fig. 3. 6 Comb-type dies for buckling prevention.

3.3.2 実験結果と計算結果の比較

3.3.2.1 バウシinger効果

Fig. 3. 7に面内応力反転試験で得られた応力-ひずみ曲線と、Swift型等方硬化モデルとY-Uモデルの計算結果の比較を示す。また、両材料モデルの材料パラメータをTable 3.2に示す。等方硬化モデルはバウシinger効果を考慮しないため、反転後の応力を高く見積もる。特に、バウシinger効果の顕著な980Yではその差は大きい。一方、Y-Uモデルはバウシinger効果を精度良く再現した。

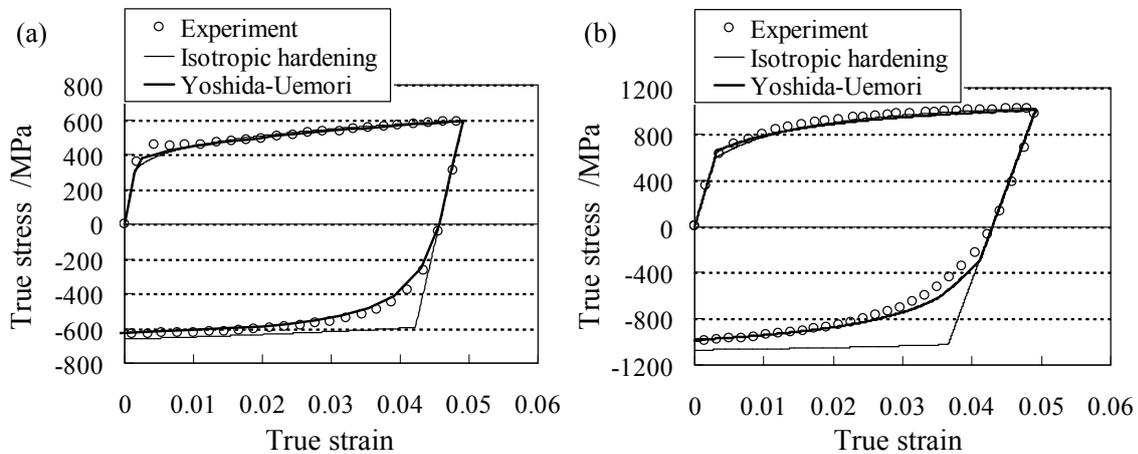


Fig. 3. 7 Comparison of stress-strain curves between experiment and calculations: (a) 590R, (b) 980Y.

Table 3. 2 Material Parameters of isotropic hardening model and Y-U model.

Material	Isotropic hardening model			Y-U model						
	$K$ /MPa	$\epsilon_0$	$n$	$Y$ /MPa	$a_0$ /MPa	$C$	$m$	$b$ /MPa	$R_{sat}$ /MPa	$h$
590R	1000	0.001	0.17	370	100	200	15	2	290	0.5
980Y	1310	0.001	0.08	650	270	150	13.5	110	140	0.35

3.3.2.2 見かけのヤング率と弾性異方性

0°, 45°および90°方向の引張除荷試験を行い, 見かけのヤング率を塑性ひずみで整理した結果を Fig. 3. 8 に示す. 両供試材ともに塑性ひずみの進展に伴い, 見かけのヤング率は低下した. 低下率はともに約 20%である. 590R では予ひずみ無しで初期ヤング率は方向により異なり, 顕著な弾性異方性を示した. さらに塑性ひずみが進展してもその異方性の傾向が保たれる結果となった. 一方, 980Y の各方向の見かけのヤング率の差は小さく, 弾性異方性の程度は小さい.

見かけのヤング率の回帰式 (式(2-52)) の材料定数は 0°方向の実験結果から同定した. 45°および90°方向の見かけのヤング率  $E^{45^\circ}$ ,  $E^{90^\circ}$  は, 初期ヤング率における相対比率 ( $E_0^{45^\circ}/E_0^{0^\circ}$ ,  $E_0^{90^\circ}/E_0^{0^\circ}$ ) を掛け合わせることで算出した.

$$E^{45^\circ} = E^{0^\circ} \frac{E_0^{45^\circ}}{E_0^{0^\circ}} \tag{3-1}$$

$$E^{90^\circ} = E^{0^\circ} \frac{E_0^{90^\circ}}{E_0^{0^\circ}} \tag{3-2}$$

Fig. 3. 8 より, 見かけのヤング率の低下および弾性異方性を概ね再現できていることがわかる.

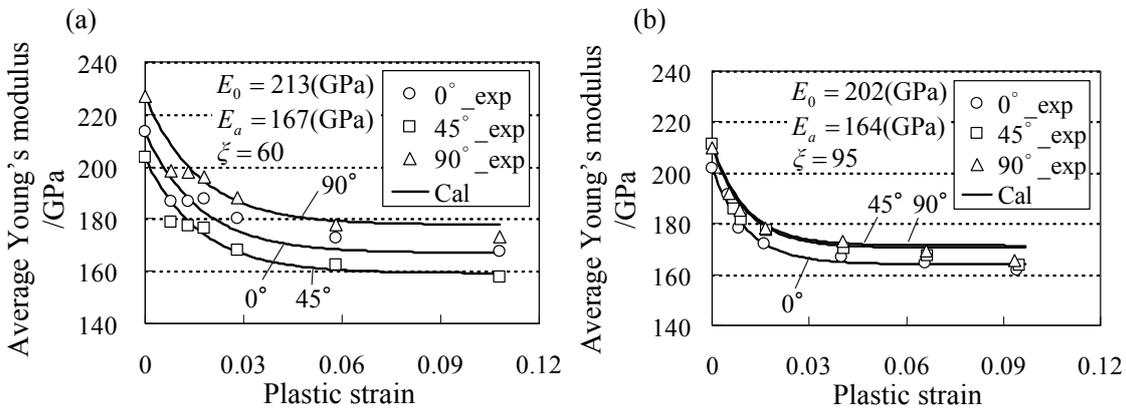


Fig. 3. 8 Average Young's modulus with calculation results in each tensile direction: (a) 590R, (b) 980Y.

3.3.2.3 降伏応力と r 値

単軸引張応力状態での降伏関数の異方性の再現性を検証する. Fig. 3. 9 に各方向の単軸引張試験から得られた降伏応力を圧延方向応力で正規化した実験結果と, von Mises, Hill'48, Yld2000-2d 降伏関数の計算値の比較を示す. ここで, 590R は相当塑性ひずみ 0.04, 980Y は相当塑性ひずみ 0.01 の結果である. 590R の実験値では, 弾性異方性の影響で 45° が最小となり, 0° との差は 4% 程度であったのに対し, Hill'48 降伏関数は方向による応力差を実験より過大に見積もっていることがわかる. Hill'48 降伏関数は 3 方向(0°, 45°, 90°)の r 値を材料定数としているが, そこから計算される応力の異方性は実際より過大に表現してしまうことがわかる. 一方, Yld2000-2d 降伏関数は方向による応力の変化を精度良く回帰できている. 980Y では応力差はなく, 降伏関数の違いによる計算結果の差も比較的少なくなった. Fig. 3. 10 に各方向の r 値の実験結果と, 各降伏関

数の計算値の比較を示す。590Rにおいて、Hill'48降伏関数は3方向のr値を材料定数としているためYld2000-2d降伏関数との差は小さく、両降伏関数ともに実験のr値分布と良い一致を示した。

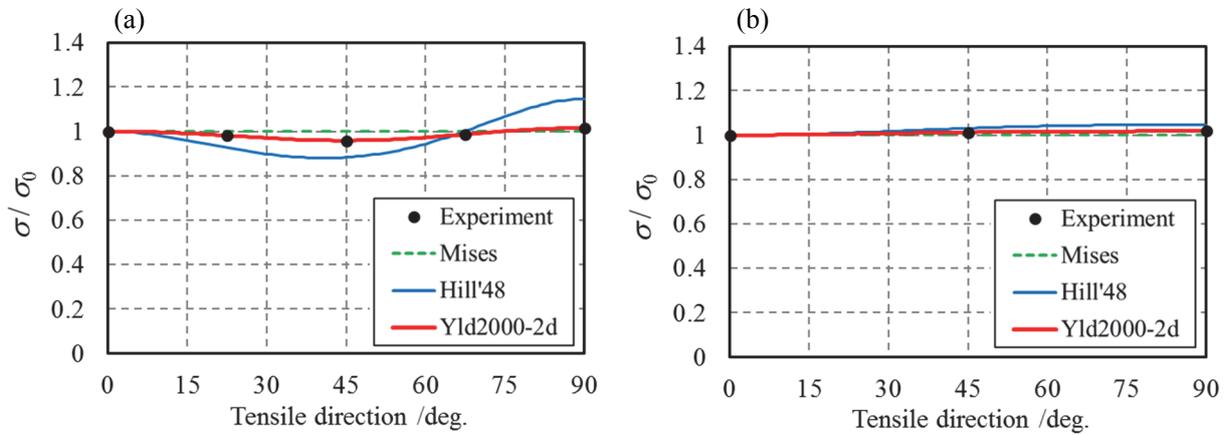


Fig. 3.9 Comparison of normalized tensile stress between experimental result and calculated results of various yield functions: (a) 590R, (b) 980Y.

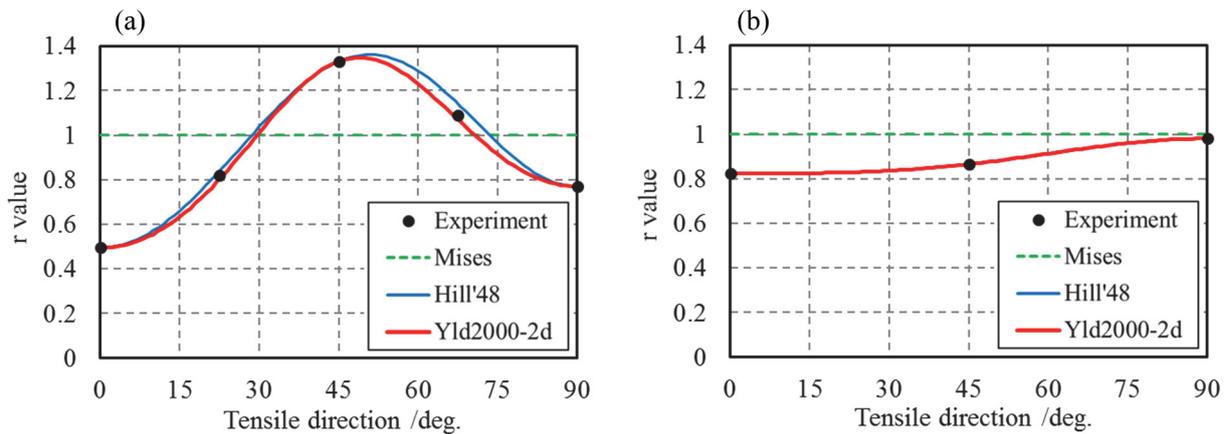


Fig. 3.10 Comparison of r value between experimental result and calculated results of various yield functions: (a) 590R, (b) 980Y.

### 3.3.2.4 等塑性仕事曲面

Fig. 3.11 に 590R と 980Y の二軸引張試験で得られた等塑性仕事曲面を示す。各降伏関数の計算結果と比較するために、Fig. 3.11 の等塑性仕事曲面を各塑性ひずみでの圧延方向応力で正規化した。Fig. 3.12 に正規化等塑性仕事曲面の結果と、各降伏関数の計算結果の比較を示す。ここで、590R は相当塑性ひずみ 0.04、980Y は相当塑性ひずみ 0.01 の結果である。590R の曲面では、平面ひずみ状態の応力は圧延方向側に比べ圧延直角方向側の応力が高く、応力の面内異方性が確認できる。また、Mises や Hill'48 と比較して Yld2000-2d(M=6)の降伏関数は実験から得られた等塑性仕事曲面を精度よく再現した。一方、980Y では Yld2000-2d(M=4)の降伏関数に加え、Mises の降伏関数も比較的近い結果となった。これは 980Y が二軸応力状態でも等方性に近いことを意味している。

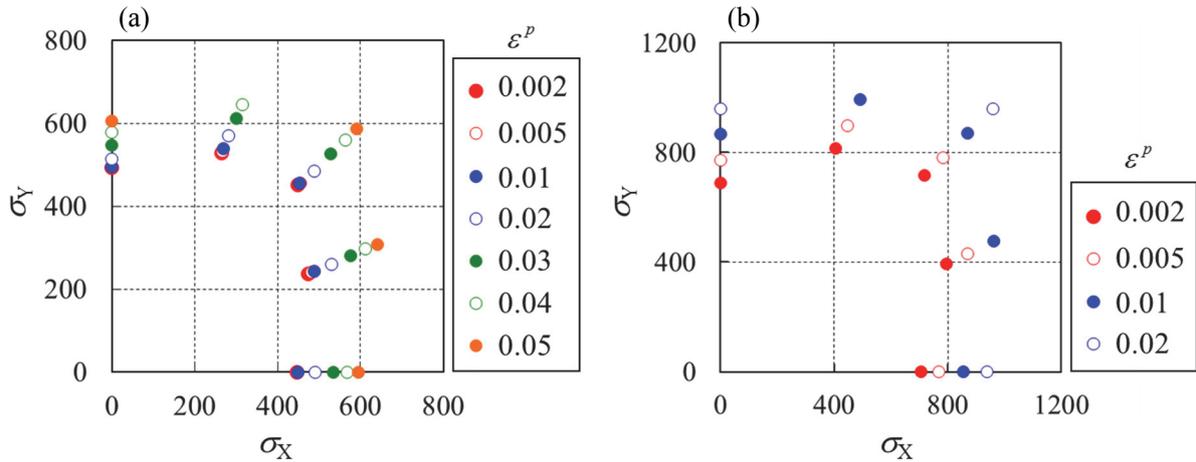


Fig. 3.11 Experimental equi-plastic work loci: (a) 590R, (b) 980Y.

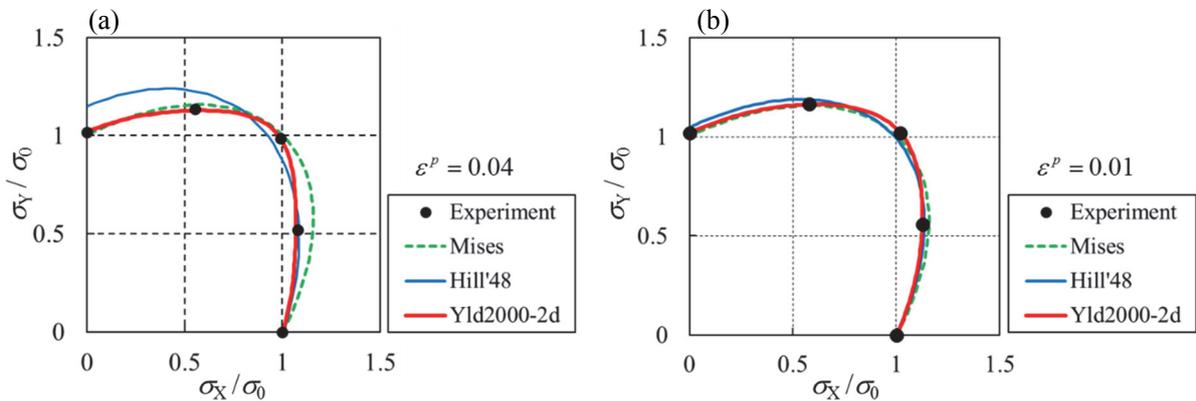


Fig. 3.12 Comparison of normalized equi-plastic work locus between experimental result and calculated results of various yield functions: (a) 590R, (b) 980Y.

### 3.4 プレス成形試験

#### 3.4.1 成形方法および成形品形状の決定

スプリングバック評価のための一般的な成形品形状としては、ハット断面でかつ断面奥行き方向に直線的に伸びたストレート形状である (Fig. 3.13(a)). この形状の成形では、ブランクの変形は1方向のみであり、生じるスプリングバックは曲げ部の角度変化や縦壁部の反りなどの2次元的な断面変化となる。しかし、実際の構造部材では、反りや捩れなど3次元的なスプリングバックの形態となるため、スプリングバック評価のための成形試験においてもそれを再現できる成形品形状が望ましい。そこで、Fig. 3.13(b)に示すように長手方向に湾曲したハット断面を有する成形品を設計した。長手方向の長さは約350mmであり、断面の寸法はFig. 3.14に示す通りである。スプリングバックの形態については後項にて述べる。

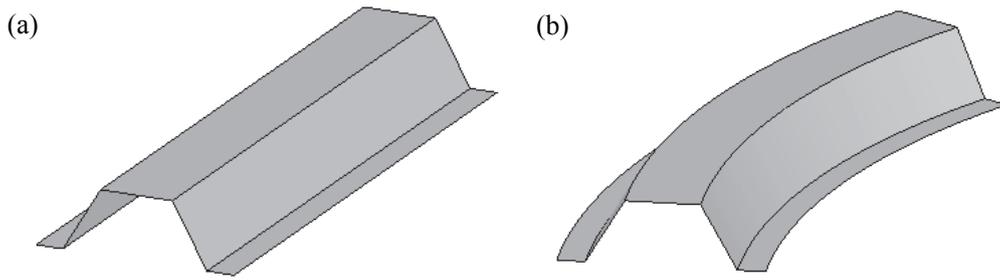


Fig. 3. 13 Two types of formed part: (a) straight part, (b) curved part.

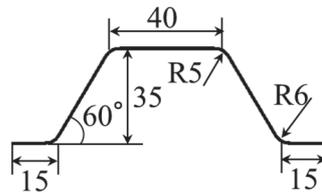


Fig. 3. 14 Sectional geometry of formed part.

#### 3.4.2 試験方法とスプリングバック測定方法

材料特性のモデル化を行った 590R と 980Y を用いて湾曲ハット成形品のプレス成形試験を行い、スプリングバックの評価を行った。成形後の成形品を Fig. 3. 15 に示す。スプリングバックにおける異方性の影響を検討するために、ブランクは圧延方向に対し  $0^\circ$ 、 $45^\circ$  および  $90^\circ$  方向に切り出したものを用いた (Fig. 3. 16 参照)。試験機は株式会社下井田製作所所有の 1000T 油圧プレス機 (株式会社小島鐵工所製, Fig. 3. 17) を用いた。Fig. 3. 18 に試験に用いた金型を示す。

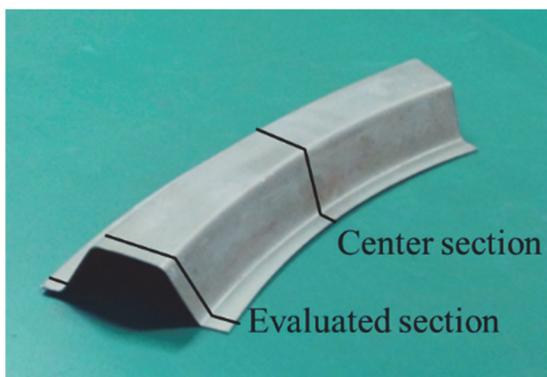


Fig. 3. 15 Formed part.

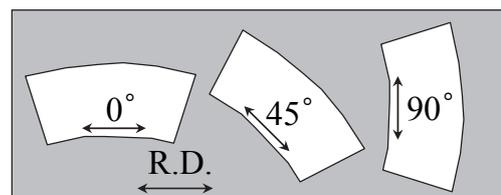


Fig. 3. 16 Blanking directions.



Fig. 3. 17 Hydraulic press machine.

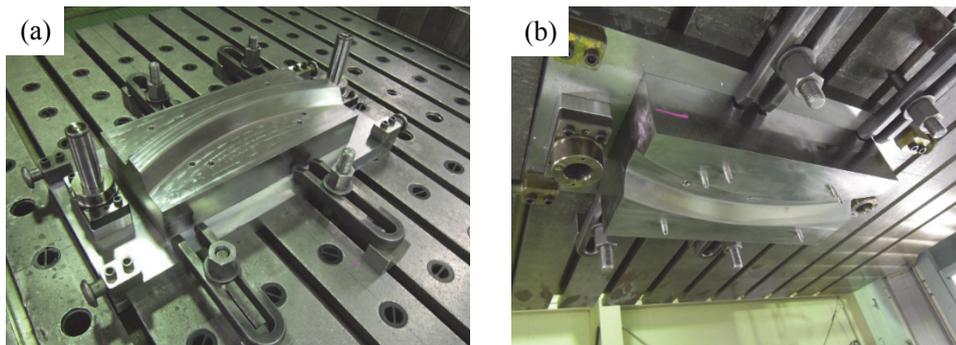


Fig. 3. 18 Forming dies: (a) Lower die, (b) Upper die.

成形後の成形品の形状は Steinbichler 製 3 次元形状測定器 COMET5 - 11M により測定した。スプリングバックの評価として、成形品端部断面の振れ角度と閉じ角度を測定した。Fig. 3. 19 に示すように振れ角度はパンチ底面の角度差 ( $\theta_r$ )、閉じ角度は内外の縦壁部の閉じ角度差の和 ( $\theta_c = \theta_{c1} + \theta_{c2}$ ) と定義した。測定手順を下記に示す。

- (1) 3次元形状測定器にて得られた形状 STL データを CAD ソフトにインポート。
- (2) 成形品の中央断面において、測定形状と金型形状のパンチ底形状が一致するように、測定形状を位置合わせする
- (3) 成形品端部断面において、測定形状と金型形状を比較し振れ角度と閉じ角度をそれぞれ算出する。

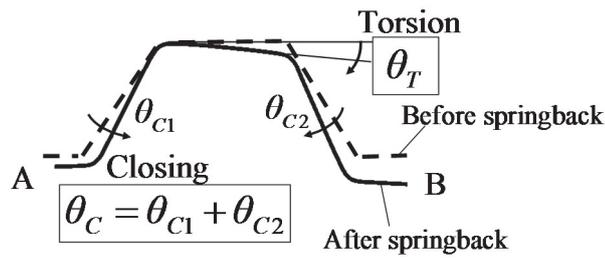


Fig. 3. 19 Definitions of springback angles.

### 3.4.3 試験結果

各方向の成形品の捩れ角度と閉じ角度の測定結果を Fig. 3. 20 および Fig. 3. 21 に示す. 590R において, 捩れ角度は切出し方向によらずほぼ同じ値となったが, 閉じ角度は方向によって差が生じ, 異方性の影響が確認された. 980Y は切出し方向によって若干のスプリングバック差はあるものの 590R と比較して, 異方性の影響はほとんど見られなかった.

590R では捩れと閉じともに 45° 方向のブランクが最も大きなスプリングバックになったのに対し, 980Y では 45° 方向のブランクは最も小さなスプリングバックとなり, 異方性の影響の出方の違いが確認された.

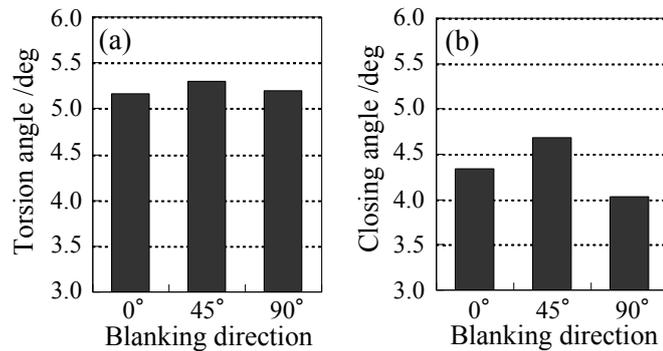


Fig. 3. 20 Experimental results of springback angle for each blanking direction of 590R: (a) torsion angle, (b) closing angle.

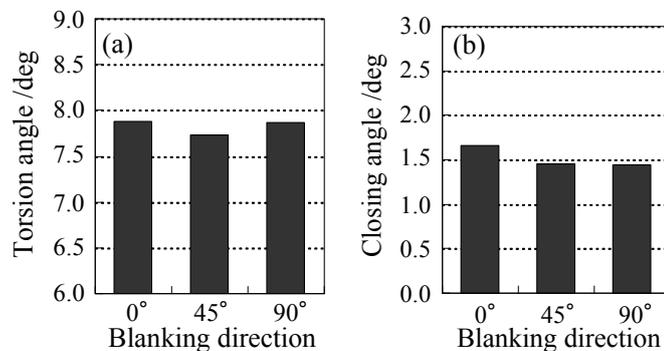


Fig. 3. 21 Experimental results of springback angle for each blanking direction of 980Y: (a) torsion angle, (b) closing angle.

### 3.5 スプリングバック解析

#### 3.5.1 解析条件

バウシinger効果，見かけのヤング率，弾性異方性，塑性異方性を全て考慮する材料モデルによるスプリングバック解析を行うために，汎用 FEM コード LS-DYNA ver.971 のユーザーサブルーチンumat48（ユーザー定義物性）に材料モデルをコーディングし組み込んだ．Fig. 3.22 にブランクと金型の解析モデルを示す．成形速度は 1000m/s とした．摩擦係数は 0.15 とした．なお，摩擦係数を変化させても，振れや閉じのスプリングバック予測結果に影響を及ぼさないことを確認している．メッシュには 1.5mm 四方の完全積分シェル要素を用い，板厚方向の積分点は 7 点とした．成形解析は陽解法ソルバー，スプリングバック解析は陰解法ソルバーを用いた．

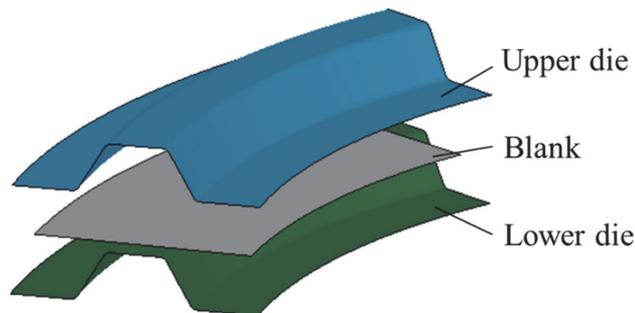


Fig. 3.22 Blank and dies.

#### 3.5.2 解析結果

4つの材料特性を考慮していない材料モデル（等方硬化モデル+von Mises 降伏関数）による解析を基準解析（Basic）とし，基準解析からバウシinger効果，見かけのヤング率，弾性異方性，塑性異方性をそれぞれ1つずつ考慮した解析を行った．ブランクの切出し方向を $0^\circ$ 方向としたときの，振れ角度と閉じ角度の実験結果と各材料特性を考慮した解析結果の比較を Fig. 3.23 および Fig. 3.24 に示す．590R では基準解析の精度に対して，1つの材料特性を考慮しても，振れ角度と閉じ角度の両方が改善されていないことがわかる．980Y ではバウシinger効果の考慮により，振れ角度と閉じ角度の両方の解析値が実験値に近づいた．

ここで，それぞれの材料特性がスプリングバックに及ぼす影響を比較するために，基準解析からのスプリングバック変化量を基準解析のスプリングバック量で割ることでスプリングバック変化率とし各材料特性において算出した．つまり，1つの材料特性を考慮することでスプリングバック予測結果は基準解析からどの程度変化するかを評価した．その結果を Fig. 3.25 および Fig. 3.26 に示す．両供試材ともにバウシinger効果の考慮によりスプリングバックは減少する傾向となった．これは，Fig. 3.27 に示すようにフォーム成形では，成形中にパンチ底部でブランクが緩く曲げられた後，下死点で平坦に戻される曲げ曲げ戻し変形を受けたことに起因しており，バウシinger効果を考慮することで下死点応力が等方硬化より小さくなったと考えられる．

見かけのヤング率の考慮により振れ，閉じはともに増加した．これは塑性変形を受けた箇所のみかけのヤング率が低下し，その結果除荷ひずみが増加したためと推測できる．

次に、弾性異方性と塑性異方性の影響について考察する。まず 590R では、捩れには塑性異方性が、閉じには弾性異方性が 10%以上となり大きく影響した。この結果は、異方性の大きい材料のスプリングバック解析では、弾性異方性および塑性異方性は無視できない因子であるということを示唆している。さらに、異方性の大きい材料では弾性異方性と塑性異方性の両方を考慮すると、バウシinger効果や見かけのヤング率と同等の影響度となる可能性があることを示している。

一方 980Y では、弾性異方性や塑性異方性の影響は捩れおよび閉じともに 4%以下と小さくなった。さらに、590R に比べバウシinger効果の影響は強く、バウシinger効果の考慮によりスプリングバックは大きく減少した。この結果は 980Y のように高強度でかつ異方性の小さな材料ではバウシinger効果がスプリングバックに支配的であり、弾性異方性や塑性異方性をスプリングバック解析に考慮しても結果にあまり影響しないと考えられる。

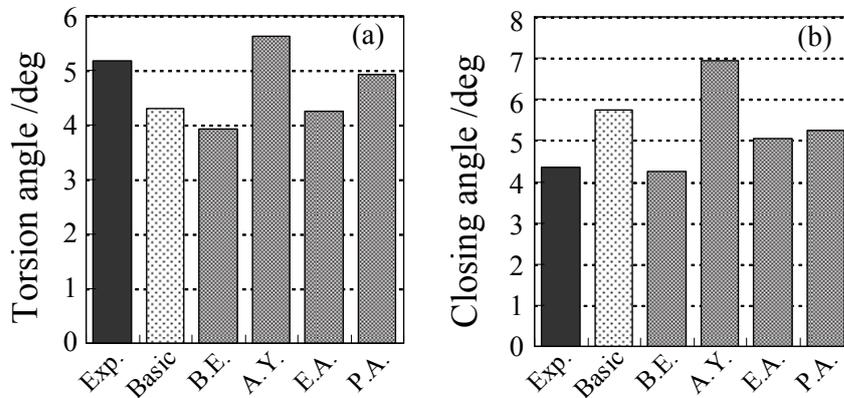


Fig. 3. 23 Comparison of springback angle between experimental and calculation results considering each material behavior of 590R: (a) torsion angle, (b) closing angle.

[ B.E.: Bauschinger effect, A.Y.: Average Young's modulus,  
E.A.: Elastic anisotropy, P.A.: Plastic anisotropy ]

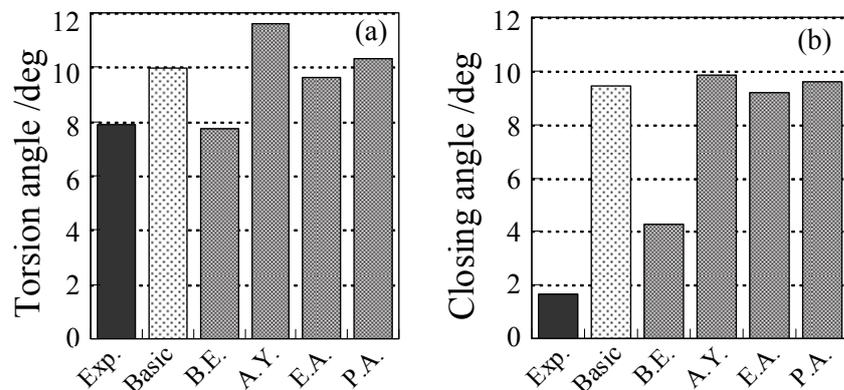


Fig. 3. 24 Comparison of springback angle between experimental and calculation results considering each material behavior of 980Y: (a) torsion angle, (b) closing angle.

[ B.E.: Bauschinger effect, A.Y.: Average Young's modulus,  
E.A.: Elastic anisotropy, P.A.: Plastic anisotropy ]

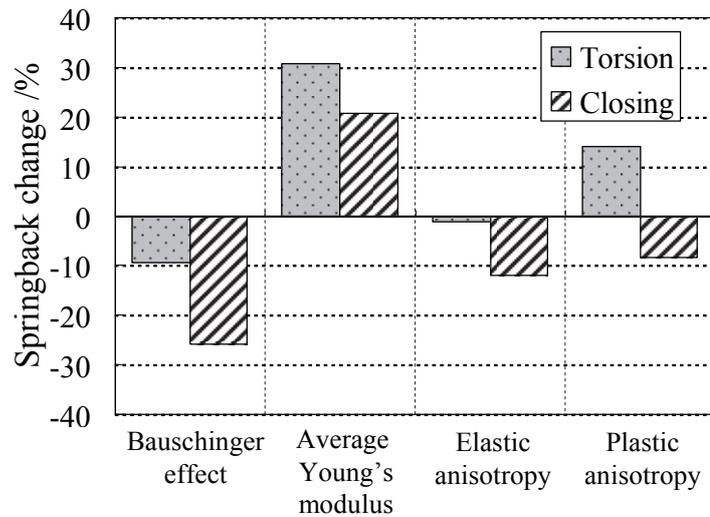


Fig. 3. 25 Springback change by each material behavior for 590R.

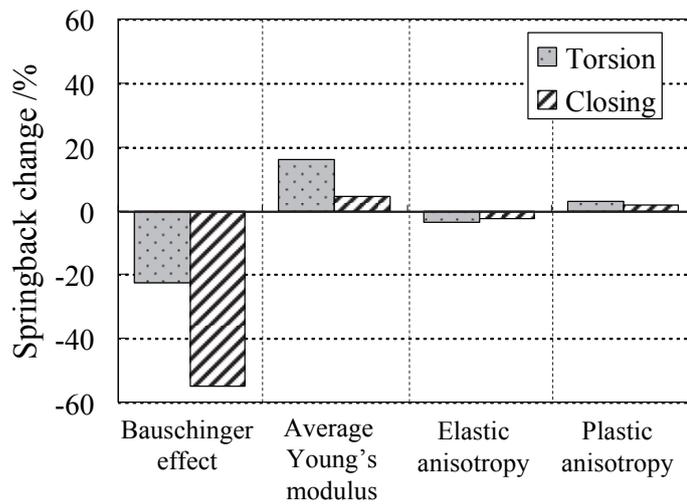


Fig. 3. 26 Springback change by each material behavior for 980Y.

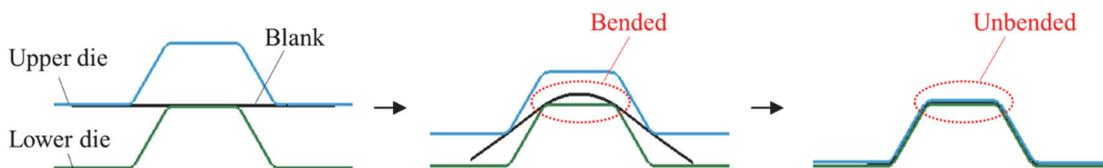


Fig. 3. 27 Forming process.

上記 4 つの材料特性を全て考慮した材料モデルを用いてスプリングバック解析を行い、スプリングバック予測精度の検証を行った。590R の各切出し方向における実験結果と解析結果との比較を Fig. 3.28 に、980Y の切り出し方向が  $0^\circ$  方向の比較を Fig. 3.29 に示す。なお、980Y についてはバウシンガー効果と見かけのヤング率のみを考慮した解析結果 (B.E.+A.Y.) も示す。590R では基準解析と比較すると切出し方向によらず、全ての材料特性を考慮した解析では捩れ角度と閉じ

角度ともに実験結果に近い結果となり、開発した4つの材料特性を全て考慮した材料モデルを用いることで予測精度は大幅に向上した。

980Yにおいても590R同様に、振れ角度および閉じ角度について基準解析と比較して全ての材料特性を考慮した解析では大幅に解析精度が向上した。その一方で、バウシinger効果と見かけのヤング率のみを考慮した解析結果は、振れおよび閉じともに全ての材料特性を考慮した解析結果とほぼ同じ値となった。つまり、980Yは異方性の影響が小さいため、バウシinger効果と見かけのヤング率のみを考慮することにより、ある程度の予測精度を得られることがわかった。

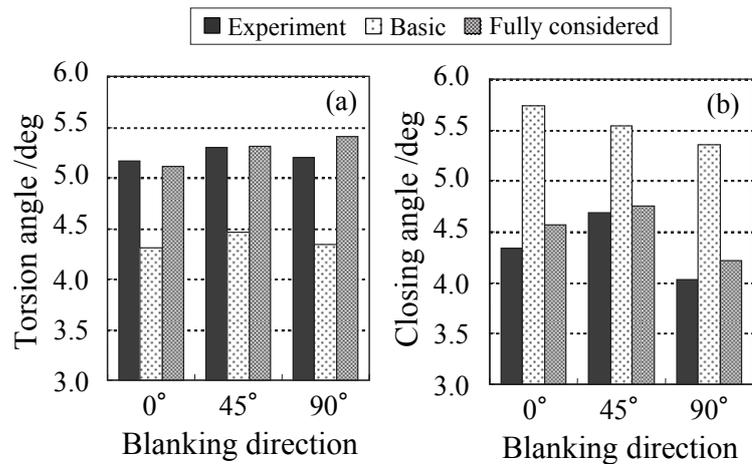


Fig. 3. 28 Comparison of experimental and calculated springback angles of 590R considering all four material behaviors: (a) torsion angle, (b) closing angle.

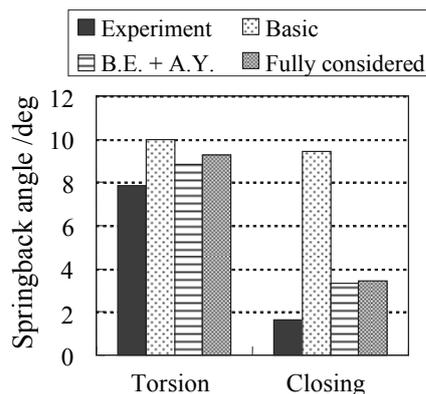


Fig. 3. 29 Comparison of experimental and calculated springback angles of 980Y considering all the four material behaviors.

### 3.6 結言

強度の異なる2種類のハイテン（590R, 980Y）の種々の材料試験を行いバウシinger効果, 見かけのヤング率, 弾性異方性, 塑性異方性の実験観察およびモデル化を行った. さらにそれら4つの材料特性を全て考慮できる材料モデルを開発し, 汎用 FEM ソフトウェアに組み込んだ. そして, プレス成形試験およびスプリングバック解析を行い, 種々の材料特性がスプリングバック予測結果に及ぼす影響と予測精度について検証した結果, 以下の知見を得た.

- 1) 異方性の大きな 590R では, ブランクの切出し方向を変えることにより成形品の捩れ角度と閉じ角度は異なり, スプリングバックに対する異方性の影響が観察された. 一方, 980Y では各切出し方向でのスプリングバックは同程度となり異方性の影響はほぼ見られなかった.
- 2) バウシinger効果を考慮した解析によりスプリングバックは小さく, 見かけのヤング率を考慮した解析によりスプリングバックは大きくなる傾向となった.
- 3) 弾性および塑性異方性の影響度はスプリングバックの形態によって異なるが, 10%以上の変化率となったものもあり, 異方性の大きな材料においては無視できない材料因子であることがわかった.
- 4) 各材料特性を全て考慮した弾塑性構成式を用いることで 590R および 980Y とともにスプリングバック予測精度は大幅に向上した.
- 5) 異方性の小さい 980Y のスプリングバック解析では, 異方性の考慮による変化は少なく, バウシinger効果と見かけのヤング率の考慮である程度のスプリングバック予測精度が得られた.

以上の知見より, 高精度かつ効率的なスプリングバック解析のためには, その材料の材料特性を把握し, 影響度の大きい材料特性を考慮した材料モデルをスプリングバック解析に用いることが重要であると言える.

## 第4章 除荷特性の応力状態依存性

### 4.1 緒言

スプリングバックはプレス下死点で材料に生じた応力が離型時に解放（除荷）され、ひずみがわずかに戻ることで生じる現象である。そのため、材料の除荷挙動はスプリングバック予測精度を大きく左右する重要な材料特性である。この除荷挙動について教科書レベルでは、除荷時の応力-ひずみ関係は線形（直線）であり勾配はヤング率と等しくなるというのが一般的な知見である。しかし、実際の除荷時の応力-ひずみ関係はわずかに非線形となることが種々の金属材料で確認されている<sup>1),2)</sup>。

ここで、除荷特性の実験観察を行う上で、評価すべき2つの項目を以下に挙げる。

- ① 平均勾配：除荷曲線全体がどの程度傾いているか（Fig. 4. 1(a)）
- ② 非線形性：除荷曲線がどの程度曲がっているか（Fig. 4. 1(b)）

本研究では、第3章で単軸引張除荷試験により、単軸除荷における見かけのヤング率の低下を測定・モデル化をすることで平均勾配を評価した。また、従来の研究のほとんどが除荷挙動の評価を単軸引張除荷試験によって得られた実験結果に基づいて行っている。しかしながら、実際のプレス成形では単軸応力のみならず多軸応力となるため、多軸応力状態での除荷特性の把握が必要となる。少なくとも、単軸除荷で得た特性の傾向や知見が多軸除荷に適用できるか否かを検証すべきであるが、これについて取り組んだ研究例は皆無である。

Andar ら<sup>3)</sup>や Korkolis ら<sup>4)</sup>は十字試験片を用いた二軸応力状態での除荷特性を測定した。しかし、この試験の問題点として、二軸引張試験では主応力状態となることから、せん断応力状態での除荷が測定できない。また、十字試験片を用いた試験では中央の変形部と端部の掴み部を接続する腕部が破断してしまうことで、測定できるひずみ領域は限定されてしまう（例えば 980MPa ハイテンで相当塑性ひずみ 0.01 程度<sup>5)</sup>）。したがって、実際のプレス成形で受けるひずみを考慮すると、十字試験片で測定されるひずみ範囲は十分ではない。

そこで、本研究では十分なひずみ域における多軸応力下での除荷特性を測定し、応力状態による除荷特性の違い、つまり除荷特性の応力状態依存性を明らかにすることを目的とし、4つの応力状態；①単軸、②平面ひずみ、③等二軸、④せん断での除荷特性を種々の材料試験により系統的に測定した。得られた除荷応力-ひずみ曲線から、平均勾配と非線形性を各応力状態で比較することで、除荷挙動の応力状態依存性を検証した。

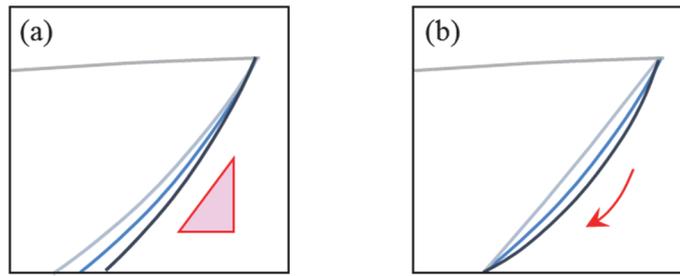


Fig. 4. 1 Two approaches for evaluation of unloading behavior: (a) average slope, (b) nonlinearity.

## 4.2 供試材

本研究で用いた供試材は 590MPa 級析出強化鋼 (590R), 590MPa 級 Dual Phase 鋼 (590Y), 980MPa 級 Dual Phase 鋼 (980Y) およびアルミニウム合金板 AA5182 である. 鋼板 3 種の板厚は 1.2mm, AA5182 は 1.0mm である. 機械特性値を Table 4. 1 に示す. 降伏応力  $Y_S$ , 引張強さ  $TS$ ,  $r$  値  $r$  は引張試験により測定し, ヤング率  $E$ , せん断弾性率  $G$ , ポアソン比  $\nu$  は共振法 (ASTM Standard C1259-98) により測定した. 圧延方向の公称応力-ひずみ曲線を Fig. 4. 2 に示す.

Table 4. 1 Mechanical properties.

Material	Direction	$Y_S$ /MPa	$TS$ /MPa	$r$	$E$ /GPa	$G$ /GPa	$\nu_{xy}$	$\nu_{yx}$
590R	0°	452	636	0.62	208.3	76.2	0.247	0.259
	45°	454	614	1.18	198.3	83.9		
	90°	486	642	0.80	217.9	75.9		
590Y	0°	416	618	0.85	200.3	80.9	0.304	0.313
	45°	428	626	0.93	207.6	78.9		
	90°	426	628	1.05	206.2	79.7		
980Y	0°	702	986	0.82	201.9	82.2	0.299	0.310
	45°	691	998	0.87	211.4	79.2		
	90°	685	1007	0.98	209.9	82.2		
AA5182	0°	133	280	0.76	70.5	26.4	0.349	0.349
	45°	128	276	0.67	71.1	26.3		
	90°	127	275	0.72	70.5	26.5		

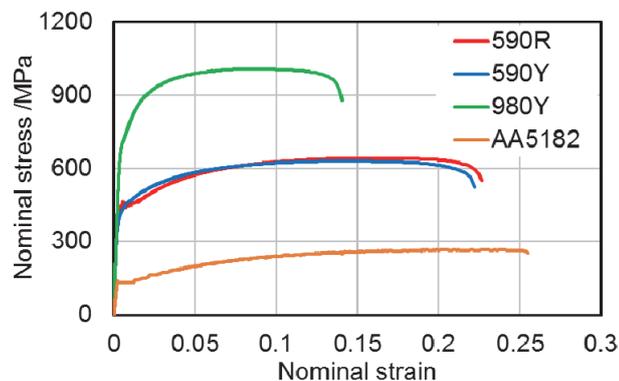


Fig. 4. 2 Stress-strain curves for investigated materials.

### 4.3 実験方法

本研究では①単軸引張除荷試験, ②平面ひずみ引張除荷試験, ③液圧バルジ負荷除荷試験, ④繰返し面内反転ねじり試験の全4種類の材料試験を行った。なお, これらの試験はすべてドルトムント工科大学のIUL(Institut für Umformtechnik und Leichtbau)にて行った。

#### 4.3.1 単軸引張除荷試験

試験機は Fig. 4.3(a)に示す Zwick Roell 製材料試験機 Z250 (最大容量 250kN) を用いた。ひずみの測定には接触式伸び計を使用した (Fig. 4.3(b))。この伸び計は2つの測定部を有しており, A部で長手方向, B部で幅方向の変位量を測定することができる。引張試験片は DIN EN ISO 6892-1 (評点間 80mm) に準ずる形状のものを用いた。単軸応力状態での除荷特性の異方性を評価するために試験は圧延方向に対し  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  および  $90^\circ$  の3方向を行った。Fig. 4.4に示すように試験片に引張変形を与え, 伸び計の値が設定した伸び  $\Delta L$  に達した後, 荷重がゼロになるまで除荷した。塑性ひずみが 0.025, 0.05, 0.075, 0.1, 0.125, 0.15 となる伸び  $\Delta L$  を除荷開始点として試験機の付属ソフトウェア testXpert II にて設定した (980Y は塑性ひずみ 0.01 の除荷も実施)。この動作を, 設定した予ひずみ全てが終了するまで連続的に繰り返した。

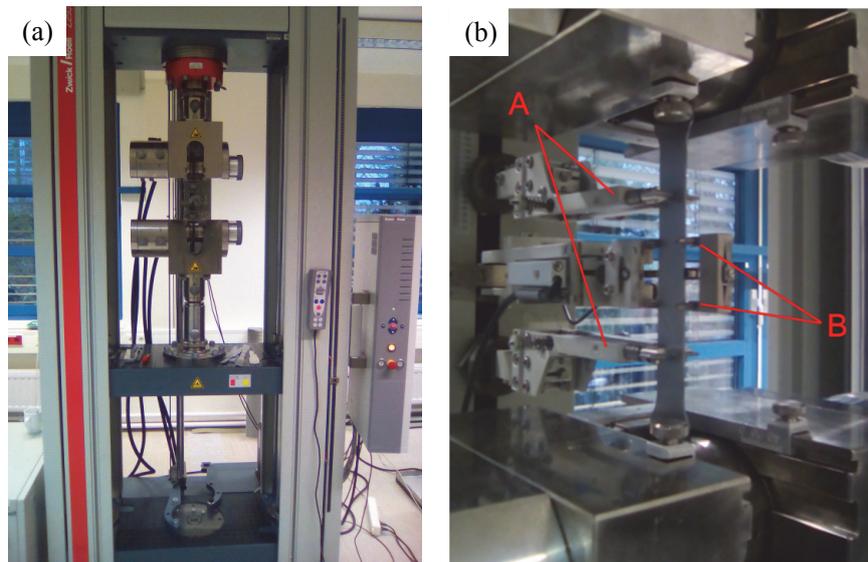


Fig. 4.3 Universal testing machine: (a) Overview of the machine, (b) Specimen and extensometer.

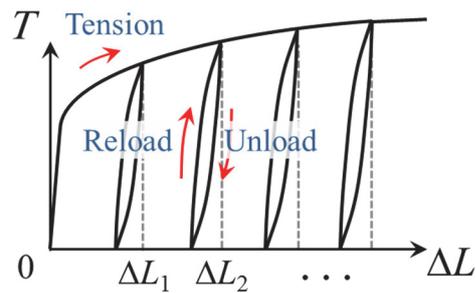


Fig. 4.4 Load-elongation curve during tension-unloading test.

#### 4.3.2 平面ひずみ引張除荷試験

試験機は単軸引張除荷試験と同じく Zwick Roell 製材料試験機 Z250 (最大容量 250kN) である。試験装置の概観を Fig. 4.5 に示す。ひずみの測定には GOM 社製 DIC(Digital Image Correlation)カメラシステム ARAMIS 5M を用いた。Fig. 4.6 に用いた試験片形状を示す。R2 の切り欠きを有しており、変形部の幅は 60mm である。長手方向は圧延方向である。高さ 4mm の変形部のみを露出させ、それ以外の部分は油圧式のクランプ装置でクランプした。試験片表面に画像認識用のランダムパターンをスプレーにより塗布した。中央断面 A-A'における引張方向のひずみを ARAMIS から出力させた。ARAMIS のシャッター速度は 10fps とした。Fig. 4.7 に ARAMIS で測定されたひずみ分布のコンター図の例を示す。

試験片に引張変形を与え、所定の塑性ひずみ(0.005, 0.01, 0.02, 0.025, 0.03, 0.04, 0.05)となるクロスヘッドストロークを除荷開始点として testXpert II で設定した。単軸引張除荷試験のように 1 回の試験で繰返し引張除荷変形を与えることを試みたが、試験時間が長くなり ARAMIS が撮影した画像データが膨大となるため、1 回の試験につき 1 度の引張除荷変形を与えた。

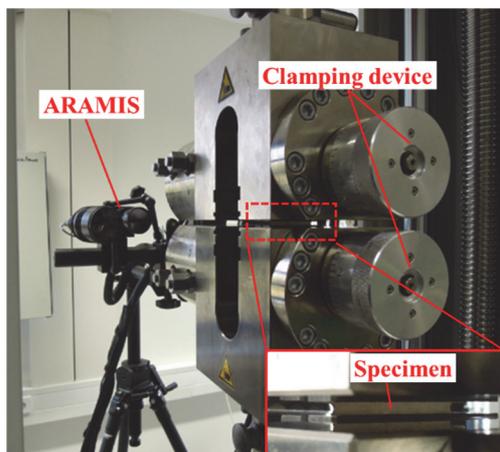


Fig. 4.5 Test apparatus for plane strain tensile test.

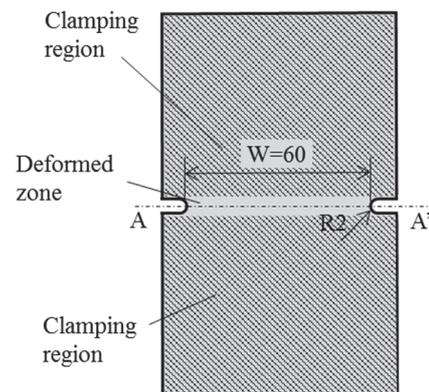


Fig. 4.6 Test specimen.

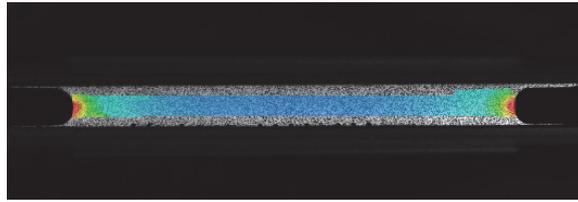


Fig. 4. 7 Strain distribution measured by ARAMIS.

#### 4.3.3 液圧バルジ負荷除荷試験

試験機は Zwick 製材料試験機 BUP 1000 (最大容量 1000kN) を用いた。ひずみおよび曲率の測定には GOM 社製 ARAMIS 5M を用いた。Fig. 4. 8 に試験装置を示す。試験片の外周をビード付ブランクホルダで 1000kN の荷重でホールドした後、油の下方にあるパンチが上昇することで油が材料を押し上げ、張り出し成形を行う。ブランクと ARAMIS の間には透明なガラス板を設置し、破断時の油の飛散によるカメラの損傷を防いでいる。試験片は $\phi 200$  の円形状である。Fig. 4. 9 に試験後の試験片を示す。試験速度はパンチの上昇速度で制御し、本試験では 1.5mm/s とした。試験片に液圧によりバルジ変形を与え、試験片中央が所定の塑性ひずみ(0.025, 0.05, 0.075, 0.1, 0.125, 0.15, 0.2, 0.3)となるパンチストロークを除荷開始点として testXpert II で設定した。

本試験も ARAMIS のデータ量を考慮して、1 回の試験につき 1 度の引張除荷変形を与えた。ARAMIS のシャッター速度は 30fps とし、ドーム形状の試験片表面のひずみと 3D 座標を測定した。Fig. 4. 10 に ARAMIS で測定され主ひずみのコンター図の例を示す。

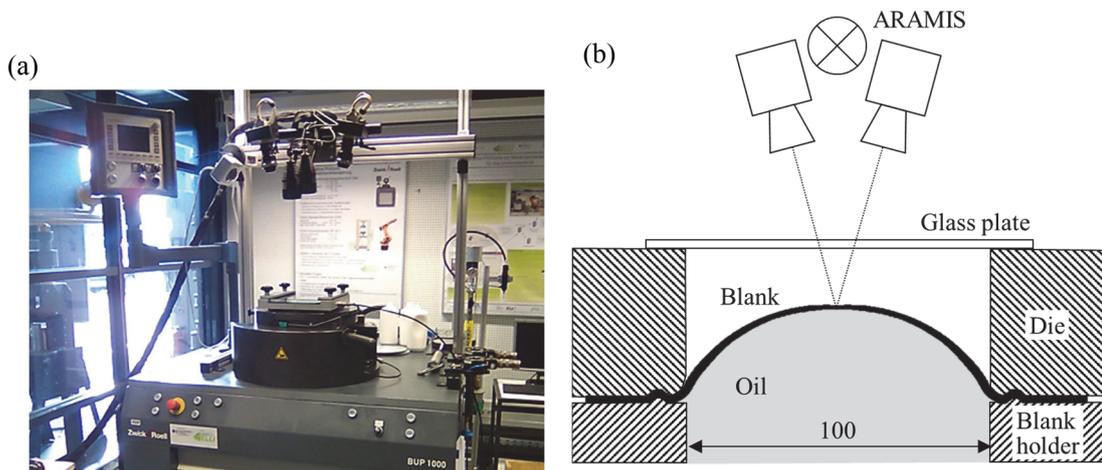


Fig. 4. 8 Experimental set-up of hydraulic bulge test: (a) appearance, (b) schematic illustration.



Fig. 4. 9 Specimen after test.

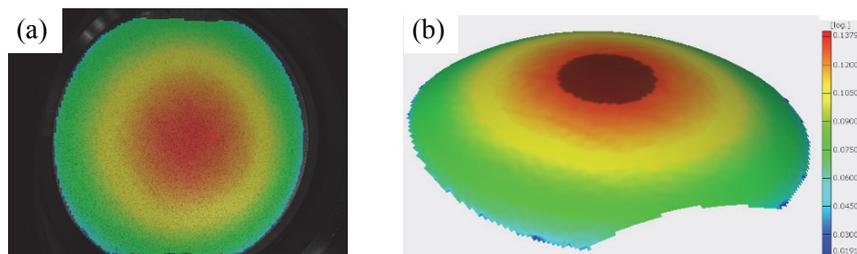


Fig. 4. 10 Principal strain distribution: (a) view from camera, (b) 3D display.

#### 4.3.4 繰返し面内せん断試験

試験機は Zwick Roell 製材料試験機 Z100 (最大容量 100kN) を用いた。試験機の概観を Fig. 4. 11 に示す。ひずみの測定には GOM 社製 ARAMIS 5M を用いた。試験片は直径 80mm の円盤形状である。中央の穴は試験片の位置合わせのためのものである。試験片表面に画像認識用のランダムパターンをスプレーにより塗布した。Fig. 4. 12 の模式図に示すように、内クランプ治具は試験機のクロスヘッドに固定されており、クロスヘッドを下降させることで試験片中心の  $\phi 30\text{mm}$  の領域をクランプすることができる。本試験では板厚方向に 100kN の荷重を負荷しクランプした。試験片外側の幅 10mm の領域は外クランプ治具にてねじ締めクランプした。外部サーボモータによる駆動力でウォームギアが回転し、外クランプ治具が板面内に回転する機構となっている。固定された中心部に対し、外側が回転することで幅 15mm の未拘束部がせん断変形を受ける。さらに外側クランプの回転方向を変化させることで繰返しせん断変形が可能となる。本試験では、除荷挙動または応力反転後の挙動を測定するために、時計回りにねじり変形を与え、その後反時計回りにねじり変形を与えた。逆回転させるタイミングを決めるために、単調ねじり試験を事前に行い、破断前のトルクの増加が止まった時点のねじり角度を取得し、その 75% を反転角度として繰返しせん断試験で用いた。

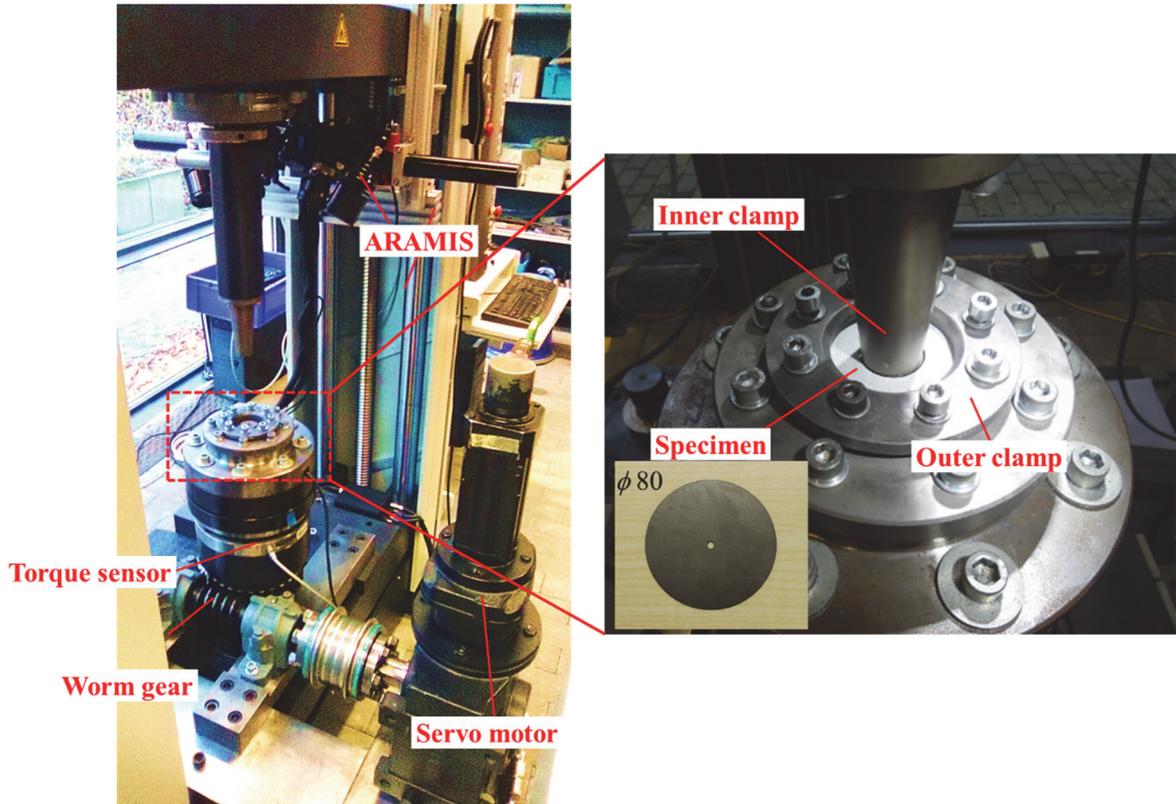


Fig. 4.11 Experimental set-up of in-plane torsion test.

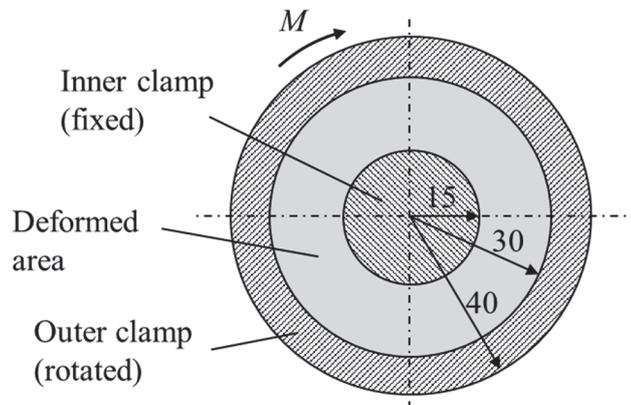


Fig. 4.12 Schematic design of the plane torsion test.

#### 4.4 応力－ひずみ関係算出方法

##### 4.4.1 平面ひずみ引張除荷試験

応力の算出方法は通常の引張試験と同様である．引張荷重  $F$ ，断面積  $A$ ，初期板幅  $w_0$ ，初期板厚  $t_0$ ，引張方向ひずみ  $\varepsilon$  より下記のように求まる．

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{w_0 t_0 e^{-\varepsilon}} \quad (4-1)$$

ひずみについては、ARAMIS から出力させた変形部の中央断面における引張方向の真ひずみを用いた。

#### 4.4.2 液圧バルジ負荷除荷試験

成形中に材料が受ける直交する二軸の応力 $\sigma_i (i = x, y)$ を算出する。Fig. 4. 13 に応力算出に用いる値の説明図、Fig. 4. 14 にドーム頂点部の微小要素に働く力の説明図を示す。板厚 (z) 方向の力のつり合いより、

$$2\rho_y d\theta_y t \cdot \sigma_x \cdot \sin(d\theta_x/2) + 2\rho_x d\theta_x t \cdot \sigma_y \cdot \sin(d\theta_y/2) = p \cdot (\rho_x - t/2)(\rho_y - t/2) d\theta_x d\theta_y \quad (4-2)$$

が成り立つ。ここで、 $\rho_i$ は曲率半径、 $p$ は液圧、 $t$ は板厚、 $d\theta_i$ は微小角度である。 $d\theta_x \ll 1$ 、 $d\theta_y \ll 1$ であるので、 $\sin(d\theta_x/2) \approx d\theta_x/2$ 、 $\sin(d\theta_y/2) \approx d\theta_y/2$ と近似できる。式(4-2)を整理すると

$$\frac{\sigma_x}{\rho_x} + \frac{\sigma_y}{\rho_y} = \frac{p}{t} \cdot \frac{(\rho_x - t/2)(\rho_y - t/2)}{\rho_x \rho_y} \quad (4-3)$$

となる。さらに、 $\rho_i \gg t$ であり  $\rho_i - t/2 \approx \rho_i$ と近似できるため次式を得る。

$$\frac{\sigma_x}{\rho_x} + \frac{\sigma_y}{\rho_y} = \frac{p}{t} \quad (4-4)$$

この式は Membrane theory と呼ばれ液圧バルジ試験の応力算出に広く用いられている。従来の研究の多くは材料を等方性 ( $\sigma_x = \sigma_y$  および  $\rho_x = \rho_y$ ) と仮定し、等二軸応力 $\sigma_b$ は次式のようになる。

$$\sigma_b = \frac{p \cdot \rho}{2 \cdot t} \quad (4-5)$$

しかし、Mulder ら<sup>6)</sup>は異方性材料における液圧バルジ試験で得られる応力は、純粋な等二軸応力ではなく、方向によって応力とひずみが異なることを示した。本研究では異方性を考慮し厳密な除荷特性の評価を目的とするため、X および Y 方向の応力をそれぞれ算出する。Hill<sup>7)</sup>は内圧を受けるドーム形状の金属薄膜が受ける各方向の応力を下記のように導出した。

$$\sigma_x = \frac{p}{2t} \rho_x \left( 2 - \frac{\rho_y}{\rho_x} \right), \quad \sigma_y = \frac{p}{2t} \rho_x \quad (4-6)$$

ここで、今回の試験では X と Y でほぼ対称であるため、下記のようにも表せる。

$$\sigma_x = \frac{p}{2t} \rho_y, \quad \sigma_y = \frac{p}{2t} \rho_y \left( 2 - \frac{\rho_y}{\rho_x} \right) \quad (4-7)$$

式(4-6)と式(4-7)から算出される応力の誤差は1%未満であり極めて小さい。また、これらは式(4-4)を満足している。

次にひずみ $\varepsilon_i$ を算出する。ARAMIS で測定される曲率半径は材料表面の曲率半径( $\rho_i^s$ )であるため、応力算出に用いる板中心の曲率半径 $\rho_i$ は1/2板厚分の補正により求まる。

$$\rho_x = \rho_x^s - t/2, \quad \rho_y = \rho_y^s - t/2 \quad (4-8)$$

板厚 $t$ は、初期板厚 $t_0$ と板厚方向ひずみ $\varepsilon_t$ から

$$t = t_0 \exp(\varepsilon_t) \approx t_0 \exp(-\varepsilon_x - \varepsilon_y) \quad (4-9)$$

と表せる。ここで $\varepsilon_t$ は厳密には体積一定条件から求めなければならないが、弾性ひずみの計算に必要な応力はこの段階では未知であるため、弾性分を無視し $\varepsilon_t \approx -\varepsilon_x - \varepsilon_y$ として近似する。こ

の近似による応力値への影響は極めて微小である。  $\varepsilon_i$  は板中心のひずみである。材料は曲げを受けているため、表面と板中心のひずみ差を補正する必要がある。ひずみ表面のひずみを  $\varepsilon_i^s$ 、曲げ成分のひずみ  $\varepsilon_i^b$  をとすると板中心ひずみ  $\varepsilon_i$  は

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^s - \varepsilon_x^b = \varepsilon_x^s + \ln\left(1 - \frac{t}{2\rho_x}\right) \approx \varepsilon_x^s + \ln\left(1 - \frac{t_0}{2\rho_x}\right) \quad (4-10)$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_y^s - \varepsilon_y^b = \varepsilon_y^s + \ln\left(1 - \frac{t}{2\rho_y}\right) \approx \varepsilon_y^s + \ln\left(1 - \frac{t_0}{2\rho_y}\right) \quad (4-11)$$

と表せる。この段階では板厚  $t$  は未知のため  $t_0$  を用いる。この近似も応力値への影響は極めて小さい。

単軸引張やその他変形モードと硬化特性を比較するために用いる相当塑性ひずみ  $\bar{\varepsilon}$  は、

$$\bar{\varepsilon} = 2\sqrt{1/3 \cdot (\varepsilon_x^{p^2} + \varepsilon_x^p \varepsilon_y^p + \varepsilon_y^{p^2})} \quad (4-12)$$

と表せる。ここで  $\varepsilon_i^p$  は各方向の塑性ひずみであり、全体ひずみ  $\varepsilon_i$  から弾性ひずみ  $\varepsilon_i^e$  を差し引くことで下記のように求まる。

$$\varepsilon_x^p = \varepsilon_x - \varepsilon_x^e = \varepsilon_x - \frac{1-\nu}{E} \sigma_b \quad (4-13)$$

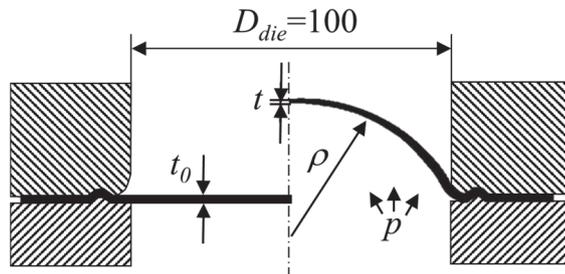


Fig. 4. 13 Principle of hydraulic bulge test.

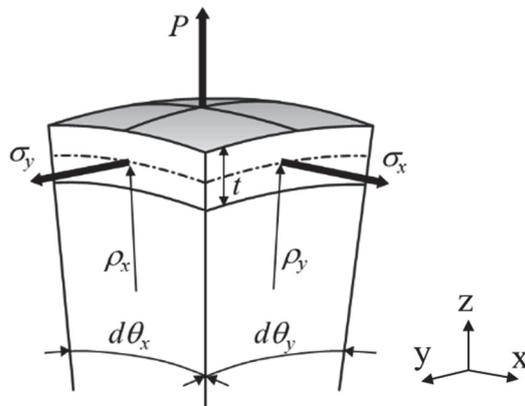


Fig. 4. 14 Force equilibrium of infinitesimal element in thickness direction.

Fig. 4. 15 にドーム部の X 断面および Y 断面における断面形状、 Fig. 4. 16 にひずみの分布示

す。張出し成形を受け変形部の断面は円弧形状なるが、厳密には完全な円弧ではない。また、ひずみはドームの頂点が最も高くなり、不均一な分布となる。つまり、表面曲率半径 $\rho_i^s$ と表面ひずみ $\varepsilon_i^s$ は評価する領域により値が異なるため、安定した値をとれる領域を設定し、その領域内で値を平均化する必要がある。そこで、本実験では、Fig. 4. 17 に示すように頂点からの半径を $r$ とし、曲率半径の測定には $r_1=12.5\text{mm}$ 、ひずみの測定には $r_2=5\text{mm}$ の領域を用いた。これらは、液圧パルジ試験の国際規格 ISO16808 によって定めている値である。

ARAMIS には、圧力、座標およびひずみの測定値から相当応力-相当塑性ひずみ曲線を自動で計算するスクリプトが内蔵されている。しかし、上記に示す板厚補正 (式(4-9))、曲げ補正 (式(4-10)、式(4-11))、弾性ひずみ補正 (式(4-13)) などがどの程度考慮されているかが不明であり、いわゆるブラックボックスとなっている。さらに本実験は除荷特性を評価することを目的とするため、相当応力-相当塑性ひずみ曲線に加え、弾性成分を含む真応力-真ひずみ曲線の算出が必要である。そこで本研究では表計算ソフト Excel を使用し、ARAMIS から出力されたデータから、1/30 秒毎の圧力、X および Y 断面の座標、X 方向および Y 方向ひずみを自動で抽出/結合させ応力-ひずみ曲線を計算するマクロプログラムを独自に作成した。

Fig. 4. 18 に作成したプログラムによって得られた 590R の応力-ひずみ曲線 (赤線) と ARAMIS から出力された曲線 (黄線) の比較を示す。ひずみが比較的小さい領域では両者の差はほぼないが、ひずみの進展に伴い、作成プログラムの応力は ARAMIS の応力よりわずかに低くなる結果となった。ここで、作成プログラム内で上記の種々の補正を考慮/非考慮を検討した結果、板厚補正と曲げ補正を外すことで作成プログラム (青線) と ARAMIS の応力-ひずみ曲線はほぼ一致した。これにより ARAMIS 内での応力-ひずみ計算が明らかとなり、同時に作成プログラムの妥当性を確認することができた。本研究では全ての補正を考慮することとする。

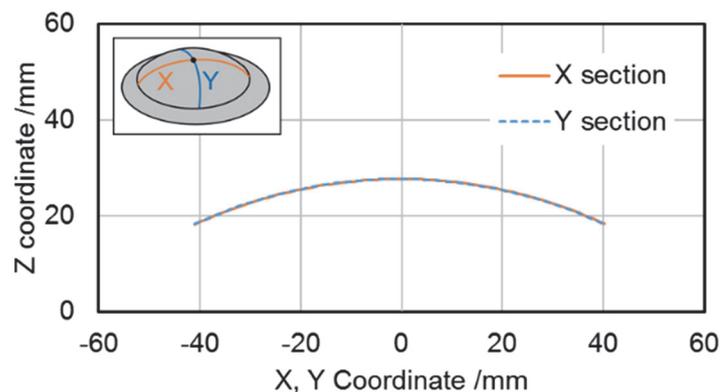


Fig. 4. 15 Cross-section shape in two orthogonal axes.

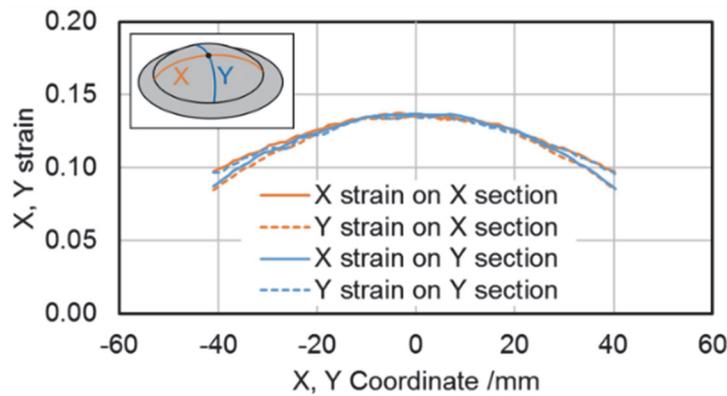


Fig. 4.16 Strain in two orthogonal axes.

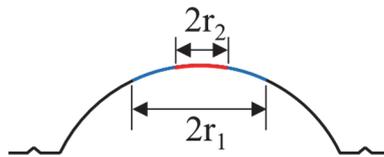


Fig. 4.17 Evaluated area for curvature radius.

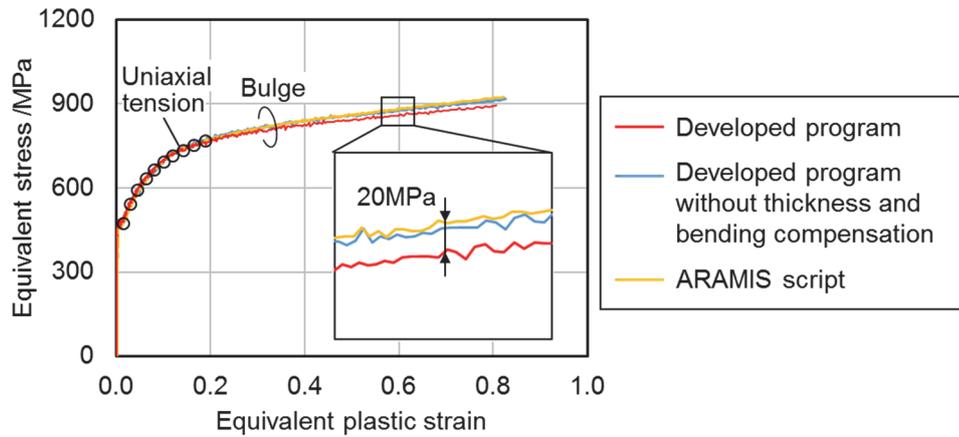


Fig. 4.18 Comparison of stress-strain curves generated by developed program and ARAMIS.

#### 4.4.3 繰返し面内せん断試験

試験片中心からの半径位置  $r$  でのトルクを  $M$ 、板厚を  $t$  とすると、せん断応力  $\tau$  は

$$\tau = \frac{M}{2\pi r} \quad (4-14)$$

となる。また、Fig. 4.19 に示す微小要素のせん断ひずみ  $\gamma$  は、半径方向微小量を  $dr$ 、要素端の周方向変位量を  $d\theta$  とすると

$$\gamma = r \frac{d\theta}{dr} \quad (4-15)$$

と表すことができる。本試験では、半径方向に 0.1mm 毎のせん断ひずみを ARAMIS から出力し

た. 式(4-14)および式(4-15)からも分かるように, せん断応力 $\tau$ とせん断ひずみ $\gamma$ は半径 $r$ の関数である. 変形部において半径が小さくなるに伴いせん断変形は大きくなる(半径方向にひずみの勾配が生じる). これにより, Fig. 4.20 に示すように, 一度の試験で予ひずみの異なる応力-ひずみ曲線を得ることができる. これは本試験の最大の長所であり, 各水準の予ひずみ付加後の除荷特性(反転特性)を調査することができる. 得ることのできる応力-ひずみ曲線の数はひずみの測定点の数(半径方向の分割数)によって決まる.

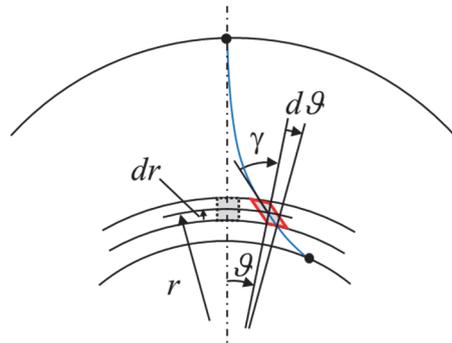


Fig. 4.19 Principle of in-plane torsion test.

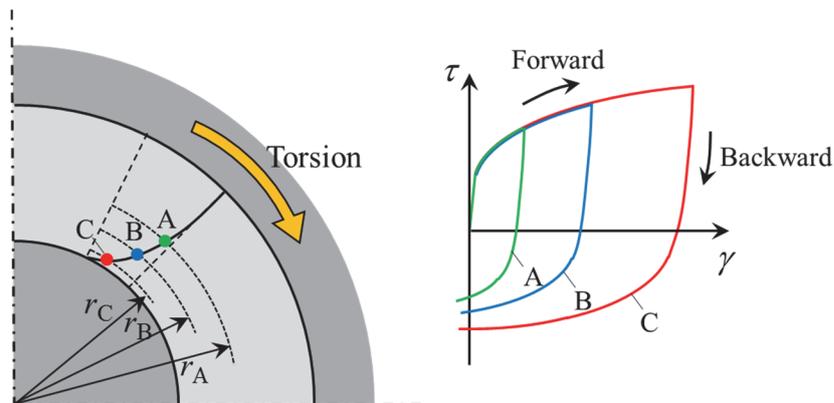


Fig. 4.20 Relationship between measurement positions and stress-strain curves.

#### 4.5 単軸応力下における除荷挙動

単軸引張除荷試験で得られた結果の一例として, Fig. 4.21 に 590R と AA5182 の引張除荷過程での応力-ひずみ曲線を示す. 590R は除荷および再引張時の応力-ひずみ関係は非線形な挙動となっておりヒステリシスループが確認できる. これは 590Y と 980Y においても観察された. 一方, AA5182 では除荷時の挙動はほぼ線形となり, 鋼板との挙動の違いが観察された.

予ひずみ量による除荷挙動の変化を調査するために, 除荷時の非線形な応力-ひずみ関係を線形近似してその平均勾配から見かけのヤング率を算出した. Fig. 4.22 に除荷時の塑性ひずみと見かけのヤング率の関係を示す. 鋼板 590R, 590Y, 980Y は塑性変形後, 見かけのヤング率は急激に低下し, その後も緩やかに低下する挙動となった. 塑性変形前のヤング率から 21%~25%低下

した。一方、AA5182は塑性ひずみによらず見かけのヤング率はほぼ一定となり、低下率も4%程度となった。これはFig. 4.21が示すとおり、除荷時の応力-ひずみ関係はほぼ線形で勾配の変化がないことから裏付けられる。

続いて、除荷特性の異方性について評価した。Fig. 4.23に $0^\circ$ 、 $45^\circ$ および $90^\circ$ 方向の見かけのヤング率と除荷前の塑性ひずみの関係を示す。590Rでは方向により見かけのヤング率は大きく異なり顕著な異方性が確認された。590Yと980Yでは異方性は確認されたが程度は590Rより少なく、AA5182では各方向の見かけのヤング率はほぼ一致し等方性に近い結果となった。Fig. 4.24に590Rの3方向の引張除荷試験で得られた応力-ひずみ曲線を示す。除荷-再引張時の曲線を拡大して観察すると、応力-ひずみの勾配は $90^\circ$ 、 $0^\circ$ 、 $45^\circ$ の順に大きくなっていることが確認できる。

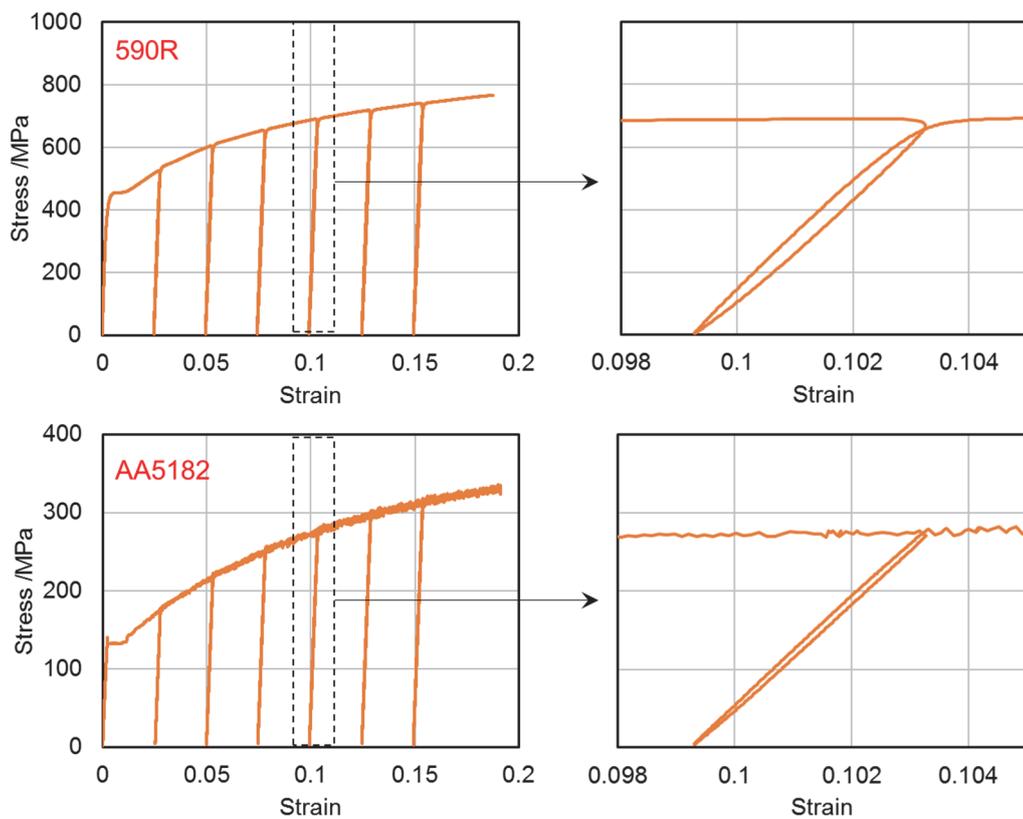


Fig. 4. 21 Stress-strain curves under tension-unloading deformation.

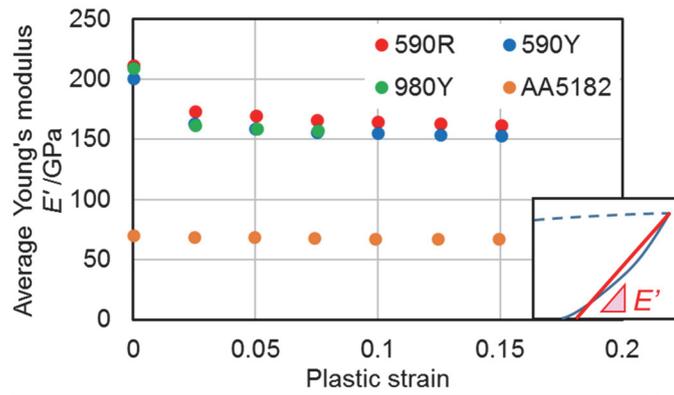


Fig. 4. 22 Average Young's modulus for four materials.

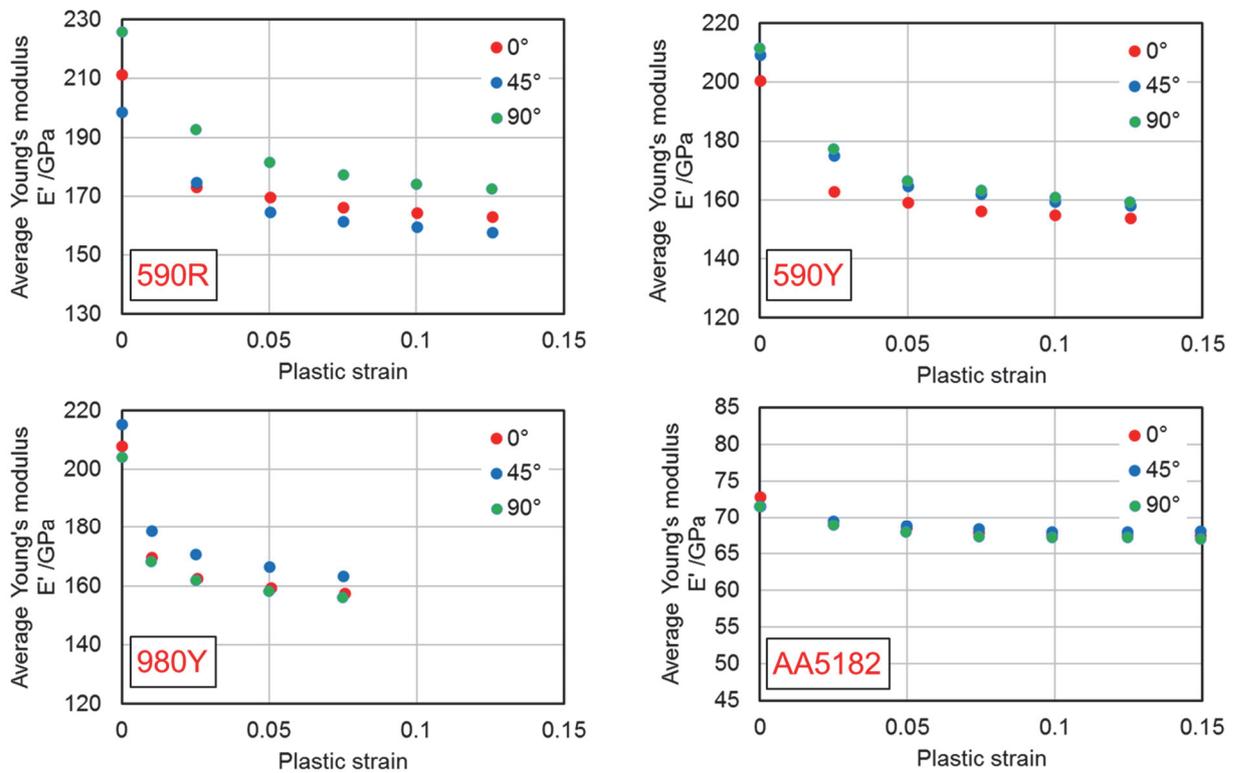


Fig. 4. 23 Average Young's modulus in three directions.

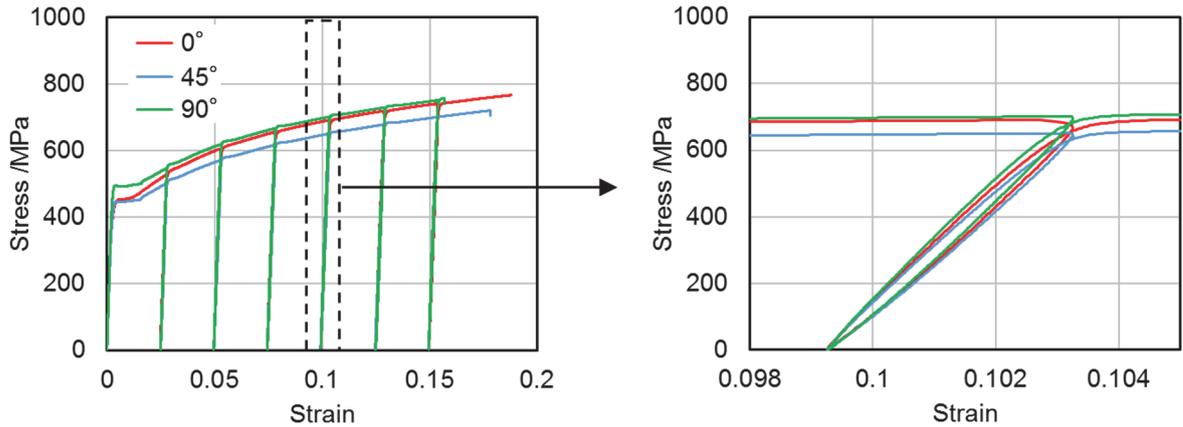


Fig. 4.24 Comparison of stress-strain curve for 590R during tension-unloading between three directions.

#### 4.6 多軸応力下における除荷挙動

除荷特性の応力状態依存性を明らかにするために、単軸引張除荷試験、平面ひずみ引張除荷試験、液圧バルジ負荷除荷試験、繰返し面内せん断試験で得られた除荷挙動の比較を行った。除荷特性評価は Fig. 4.25 に示す 2 つの方法で行った。(a)は 4.5 節にて実施したのと同様に、除荷応力-ひずみ曲線の平均勾配（見かけの弾性率）の評価である。一方(b)では、除荷中の瞬間応力-ひずみ勾配( $d\sigma/d\varepsilon$ )の変化を観察することで除荷曲線の非線形性を評価する。

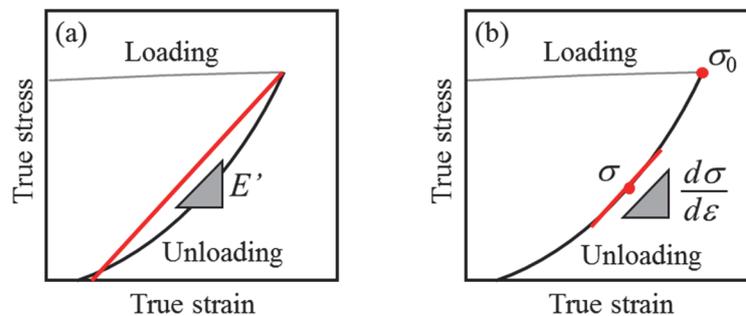


Fig. 4.25 Evaluation approaches of unloading behavior: (a) average slope, (b) nonlinearity.

##### 4.6.1 平均勾配の比較

本節では、各応力状態での除荷曲線がどの程度傾いているかを把握するために、平均勾配を評価する。Fig. 4.26 に各試験から得られた除荷時の応力-ひずみ曲線を示す。全て相当塑性ひずみが 0.05 となった際の除荷である。また、図中の曲線について、単軸除荷と平面ひずみ除荷は引張方向（圧延方向）、等二軸除荷は圧延方向、せん断除荷はせん断方向の応力-ひずみ曲線である。各除荷曲線を線形近似し、その平均勾配を見かけの弾性率  $E'$  とした。Fig. 4.26 から明らかなように、応力状態が違えば応力とひずみは大きく異なるため、このままでは平均勾配を比較することはできない。そこで、等方性を仮定したフックの法則で Table 4.2 の変換式により相当弾性率  $E_{eq}$  へ変換した。Fig. 4.27 に各応力状態での見かけの相当弾性率を示す。

ハイテン3鋼種では予ひずみの増加に伴う見かけの弾性率の低下が全ての応力状態で観察された。AA5182では単軸と等二軸のみ見かけの弾性率の低下が見られた。従来の知見では、アルミ合金の見かけの弾性率の低下は鋼板より少なく、予ひずみに関わらずほぼ一定であると考えられていたが、高ひずみ域での測定を可能にした液圧バルジ試験で得られた等二軸の見かけの弾性率は徐々に低下する結果となった。

各応力状態の見かけの弾性率の大小関係を比較する。ハイテン3鋼種では、平面ひずみが最も弾性率が大きく、続いて等二軸となり、見かけの弾性率の応力状態依存性が確認された。特に、590Rでは顕著な応力状態依存性を示し、基準となる単軸の見かけの弾性率と比較すると、相当塑性ひずみ0.05で平面ひずみは38GPa(約22%)、等二軸では20GPa(約12%)大きく、せん断は18GPa(約11%)小さな弾性率となった。単軸の見かけの弾性率からの誤差が生じるということは、一般的な等方性フックの法則から計算される相当弾性率と実際の相当弾性率が異なっていることを意味し、FEMでのスプリングバック解析精度にも同程度の誤差が生じる可能性がある。

一方、AA5182では平面ひずみが大きな見かけの弾性率を示し、相当塑性ひずみ0.05での差は約10GPa(約15%)の差となった。その他の応力状態はほぼ同程度の見かけの弾性率となった。

また、本研究で行った面内せん断試験と液圧バルジ試験により、通常の単軸引張試験や二軸引張試験では測定することのできない高ひずみ域での見かけの弾性率を測定することができた。

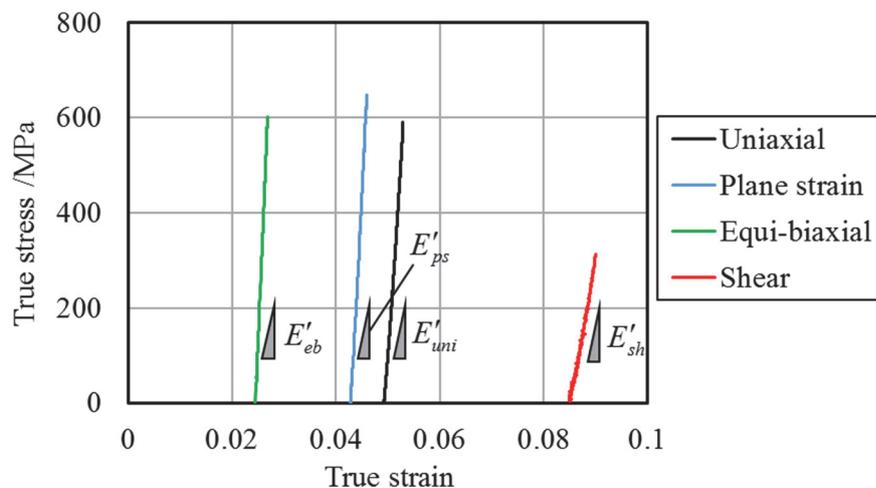


Fig. 4. 26 Unloading curves obtained by four material tests.

Table 4. 2 Conversion equations based on isotropic Hooke's law.

$E_{eq}$	Uniaxial	Plane strain	Equi-bi-axial	Shear
	$E'_{uni}$	$E'_{ps}(1-\nu^2)$	$E'_{eb}(1-\nu)$	$2E'_{sh}(1+\nu)$

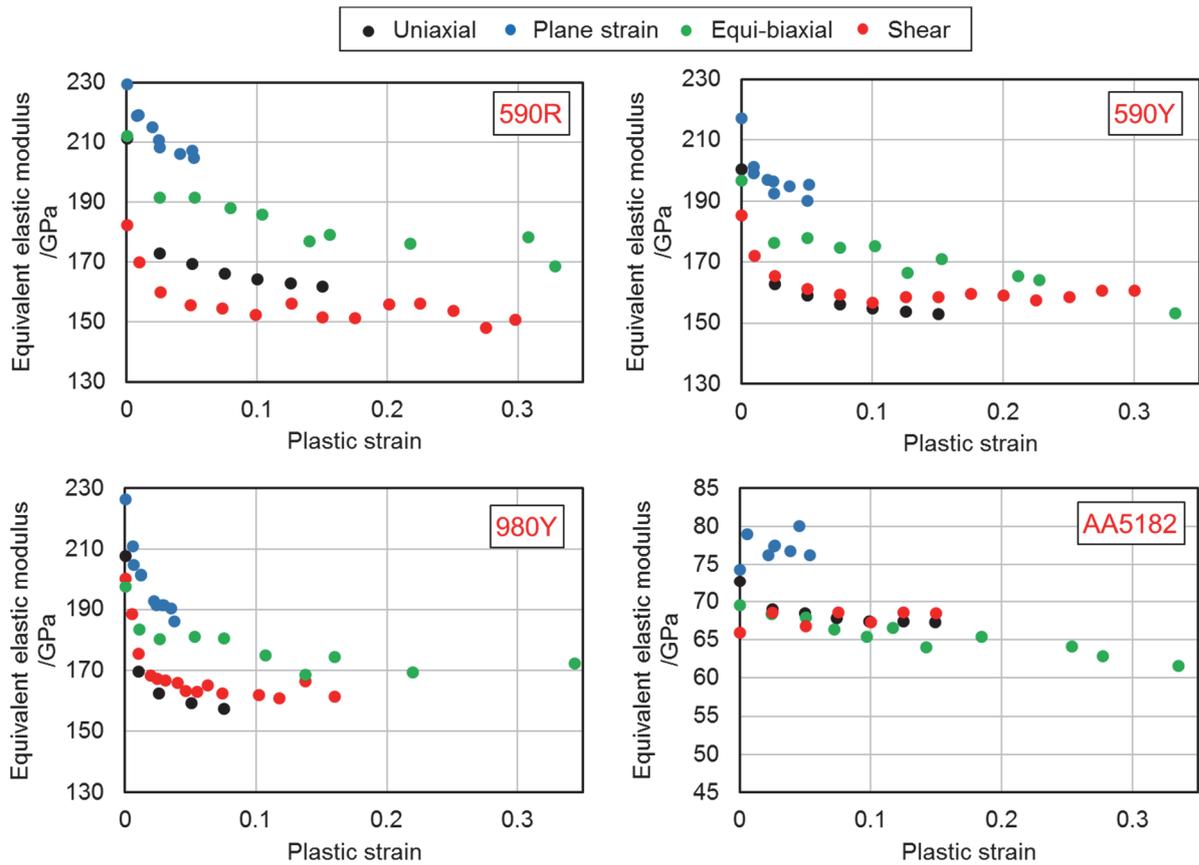


Fig. 4. 27 Comparison of equivalent elastic modulus under four stress states.

#### 4.6.2 非線形性の比較

続いて、各応力状態での除荷曲線がどの程度の非線形性を有しているかを把握するために、応力-ひずみの瞬間勾配の除荷過程における変化を評価する。Fig. 4. 28 に 590R の単軸除荷における瞬間勾配( $d\sigma/d\varepsilon$ )とせん断除荷における瞬間勾配( $d\tau/d\gamma$ )の変化を示す。相当塑性ひずみはともに 0.05 である。応力状態が異なると流動応力は変化するため除荷開始応力も異なり。また、瞬間勾配も応力状態によって値が大きく異なる。この状態では各応力状態で勾配変化を比較できない。そこで、縦軸の瞬間勾配をフックの法則を用いて相当値( $d\sigma/d\varepsilon$ )<sub>eq</sub>に変換し、さらにヤング率  $E$  で正規化した。その正規化勾配は( $d\sigma/d\varepsilon$ )<sub>eq</sub>/ $E$  と表せる。さらに、横軸の応力は除荷開始応力 $\sigma_0$ で正規化した。その正規化応力は $\sigma/\sigma_0$ と表せる。

相当塑性ひずみ 0.025, 0.05, 0.075 の予ひずみ 3 水準における各応力状態での瞬間勾配を Fig. 4. 29 に示す。全ての応力状態において、除荷過程で応力が減少するに従い瞬間勾配は連続的に減少している。これは、除荷中の応力-ひずみ関係が非線形であることを示している。平均勾配（見かけの弾性率）が最も大きい平面ひずみに注目すると、除荷開始から大きな勾配となっているのが分かる。一方、2 番目に大きい等二軸の瞬間勾配を見ると、除荷開始直後は単軸と同程度であるが、応力の低下による勾配の低下が小さく、除荷終了時には単軸より大きな瞬間勾配となっている。

除荷曲線における非線形性は「除荷中に瞬間勾配がどの程度変化したか」と考えることができる。そこで、非線形性を定量的に評価するために、Fig. 4. 29 の正規化瞬間勾配-正規化応力の関

係を線形近似してその勾配を瞬間勾配変化率 $\delta$ として定義した (Fig. 4. 30 (a)参照). この瞬間勾配変化率 $\delta$ は非線形性の指標であり, Fig. 4. 30(b)に示すように $\delta$ の値が大きいくほど除荷中に瞬間勾配が大きく変化する, つまり, より非線形な挙動であることを意味する. 仮に $\delta$ が 0.3 である場合, 瞬間勾配は除荷開始直後に比べ除荷終了時には約 30%低下すると概算できる. Fig. 4. 31 に瞬間勾配変化率 $\delta$ の結果を示す.

$\delta$ は応力状態によって大きく異なる, つまり, 非線形性においても応力状態依存性が確認できた. 特にせん断の $\delta$ は大きな値となり最も顕著な非線形性を示した. Fig. 4. 27 の平均勾配の結果ではせん断は単軸と同程度であったのに対し, 非線形性では単軸と大きな差があることから, 非線形性は平均勾配に直接起因していないことがわかった. 一方, 等二軸の $\delta$ は最も小さな値となった. これは前述の通り, 等二軸除荷の瞬間勾配変化が比較的小さい結果からも明らかである.

$\delta$ は予ひずみ量によっても変化する. 590Y と 590R では予ひずみが増加すると $\delta$ も増加するが, 980Y では逆の傾向で $\delta$ は低下する結果となった. 予ひずみによる差は材料, 応力状態によって程度は異なるが, 応力状態の違いによる差 (応力状態依存性) の方が概ね大きい.

次に, 材料間での $\delta$ の違いに着目する. 同じ強度の 2 鋼種 590R と 590Y を比較すると, 590Y は 590R より $\delta$ は大きくなり, より顕著な非線形性を示した. これは DP 鋼のフェライトとマルテンサイトの強度差が関係していると考えられる. 詳細は次節にて述べる.

強度の異なる 2 つの DP 鋼 590Y と 980Y を比較すると, 980Y の $\delta$ は 590Y より概ね大きく, 材料強度が増加すると非線形性が増加する結果となった. これはバウシinger効果 (応力反転時の遷移軟化挙動) の傾向と同じであることから, 除荷中の非線形な応力-ひずみ挙動は, 微小ひずみ域で早期に生じるバウシinger効果によるものと推測できる.

アルミニウム合金板 AA5182 は鋼板に比べ $\delta$ は小さく, 除荷応力-ひずみ関係は応力状態によらず非線形性は小さいことが分かった.

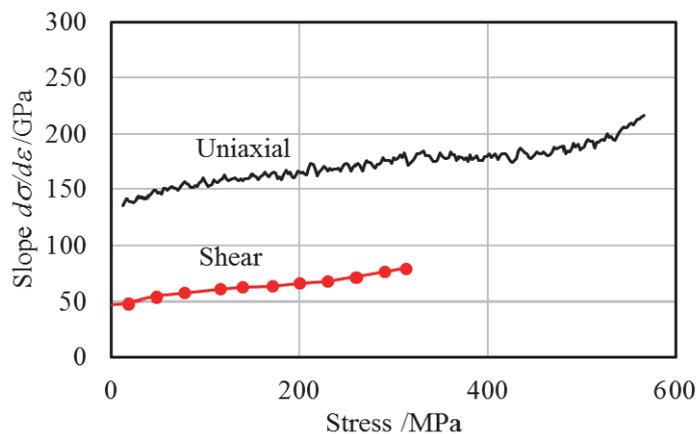


Fig. 4. 28 Comparison of instantaneous stress-strain slope between uniaxial unloading and shear unloading.

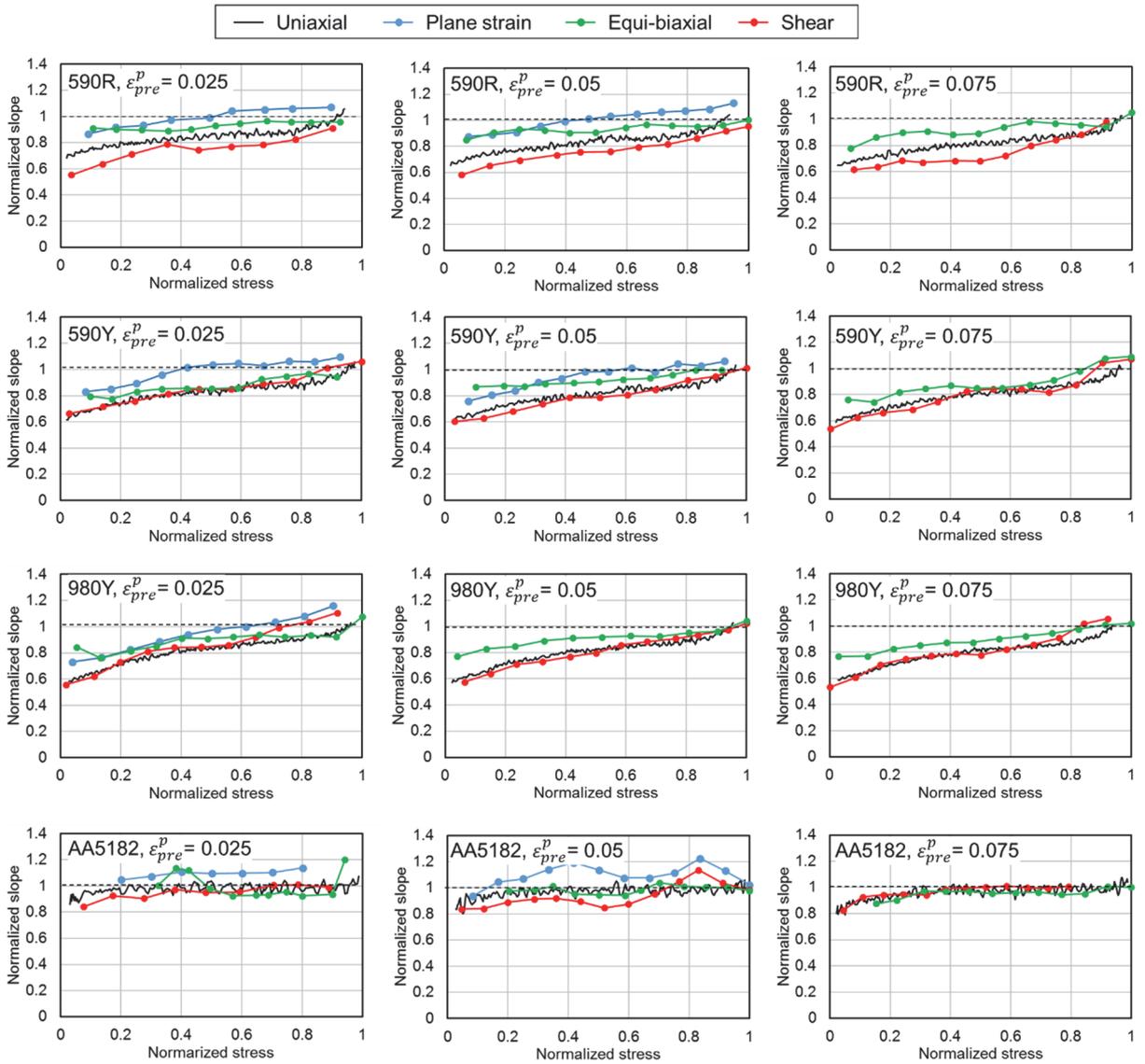


Fig. 4. 29 Normalized instantaneous stress-strain slope during unloading under four stress states.

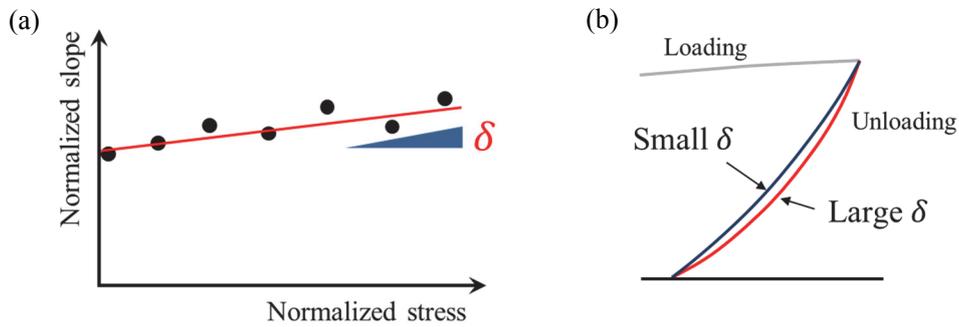


Fig. 4. 30 Rate of change in instantaneous slope  $\delta$ : (a) definition, (b) degree of nonlinearity.

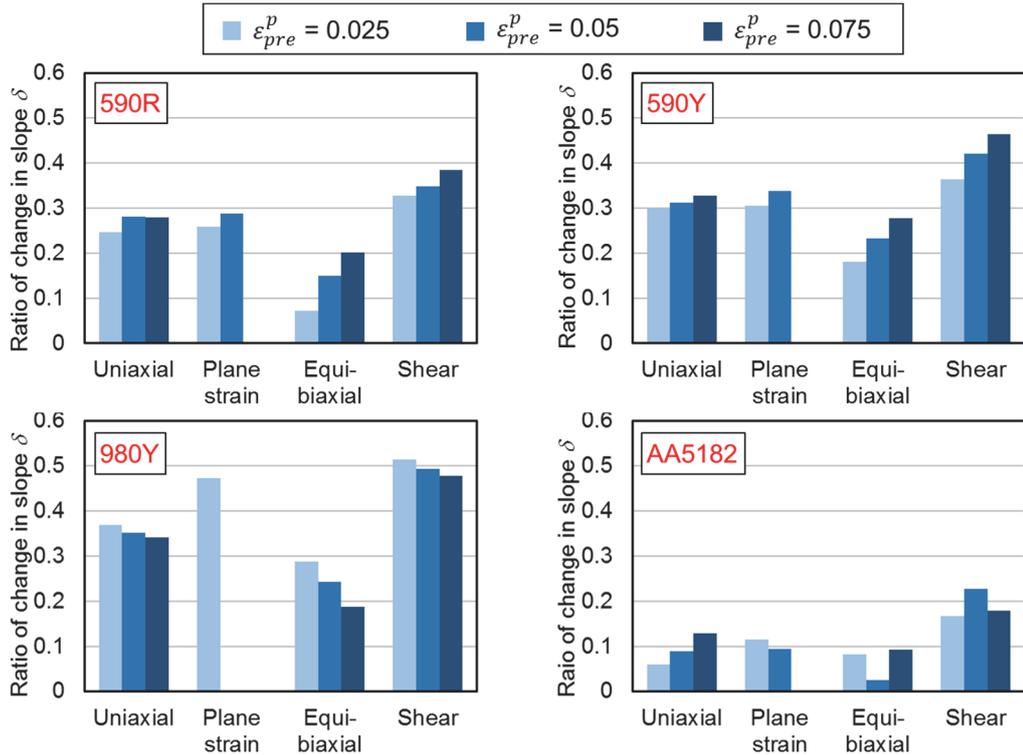


Fig. 4.31 Rate of change in instantaneous slope  $\delta$  for four stress states.

#### 4.7 非線形性のメカニズムに関する考察

Fig. 4.21 に示すように、ハイテンは除荷時の応力-ひずみ関係は顕著な非線形性を示す。一方、アルミニウム合金(AA5182)の除荷はほぼ線形となり、除荷挙動に明らかな差が見られた。本節では、この非線形性の違いについてより詳細に検討を行った。

過去の研究において、除荷中に予変形で生じた転位が逆方向にわずかに移動し、これによって生じる微小な塑性ひずみ(microplastic strain)が、非線形除荷挙動の主な要因と考えられている<sup>8)~10)</sup>。Fig. 4.32 に示すように、除荷ひずみ $\epsilon_i$ は弾性ひずみ成分 $\epsilon_e$ と微小塑性ひずみ成分 $\epsilon_{mp}$ から成る。微小塑性ひずみ $\epsilon_{mp}$ は

$$\epsilon_{mp} = \rho_m b \zeta \quad (4-16)$$

と表せる。ここで、 $\rho_m$ は可動転位密度、 $b$ はバーガーズベクトル、 $\zeta$ は転位の平均移動距離である。Mecking と Kocks<sup>11)</sup>は降伏後の硬化挙動と転位密度の関係を次式 (Kocks-Mecking モデル) のように表した。

$$\sigma = \sigma_0 + M \alpha G b \sqrt{\rho_i} \quad (4-17)$$

ここで、 $\sigma_0$ は降伏応力、 $M$ はテイラー因子、 $\alpha$ は経験値、 $G$ はせん断弾性率、 $\rho_i$ は転位密度である。また、転位密度 $\rho_i$ は可動転位密度 $\rho_m$ と林転位密度 $\rho_f$ の和から成り、比率 $K$  ( $0 < K < 1$ ) を用いて次式のように表せる。

$$\rho_i = \rho_m + \rho_f = K \rho_i + (1-K) \rho_i \quad (4-18)$$

さらに、式(4-16)の転位の平均移動距離 $\zeta$ は林転位密度 $\rho_f$ を用いて

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{\rho_f}} \quad (4-19)$$

となる．最終的に式(4-16)は式(4-17), 式(4-18), 式(4-19)より

$$\varepsilon_{mp} = \frac{K}{M\alpha G\sqrt{1-K}}(\sigma - \sigma_0) \quad (4-20)$$

と表せる．ここで  $K/M\alpha G\sqrt{1-K}$  は材料によって決まる定数である．つまり，微小塑性ひずみ成分  $\varepsilon_{mp}$  は，降伏からの硬化量  $(\sigma - \sigma_0)$  に比例することを意味する．

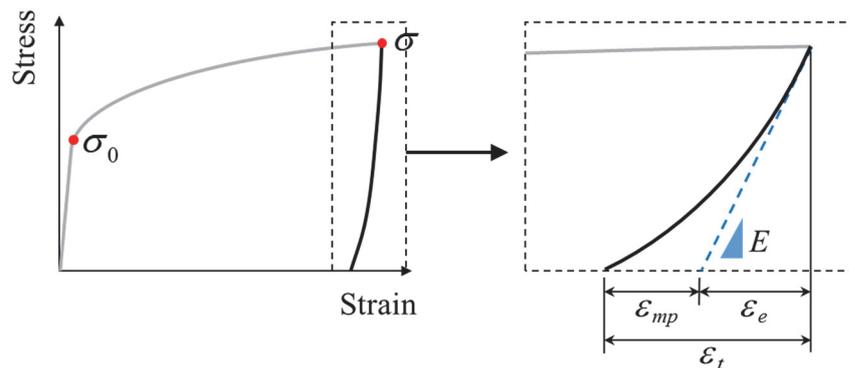


Fig. 4.32 Definition of microplastic strain  $\varepsilon_{mp}$ .

本研究では，単軸引張除荷試験で実際に得られた各除荷曲線から，微小塑性ひずみ成分  $\varepsilon_{mp}$  を抽出した．次式のように，全体除荷ひずみ  $\varepsilon_t$  から弾性ひずみ成分  $\varepsilon_e$  を差し引くことで求めた．

$$\varepsilon_{mp} = \varepsilon_t - \varepsilon_e = \varepsilon_t - \frac{\sigma}{E} \quad (4-21)$$

さらに，硬化量  $(\sigma - \sigma_0)$  の算出には，除荷開始応力を  $\sigma$ ，引張初期の弾性限応力を  $\sigma_0$  として用いた．本研究では 590R, 590Y, 980Y のハイテン 3 鋼種とアルミニウム合金板 AA5182 を供試材としてきたが，鋼材とアルミ材の挙動比較のため，AA5182 (YS:133 MPa, TS:280 MPa) とほぼ同強度の 270MPa 級軟鋼 (IF 鋼, YS:179 MPa, TS:303 MPa) の引張除荷試験を追加で実施した．Fig. 4.33 に 5 つの材料における硬化量  $(\sigma - \sigma_0)$  と微小塑性ひずみ  $\varepsilon_{mp}$  の関係を示す．まず，明らかなこととして，全供試材で硬化量と微小塑性ひずみは式(4-20)の定式化の通り線形関係となった．強度レベルの同等である軟鋼と AA5182 では，微小塑性ひずみの発生量もほぼ同程度になった．ハイテン 3 鋼種において同じ硬化量(例えば  $\sigma - \sigma_0 = 400$  MPa) で比較すると，微小塑性ひずみは 980Y, 590Y, 590R の順に大きな値となった．

ここで，式(4-20)の硬化量  $(\sigma - \sigma_0)$  の比例係数  $K/M\alpha G\sqrt{1-K}$  に相当する値を，Fig. 4.33 の勾配から算出した．この勾配は 1MPa 硬化あたりに増加する微小塑性ひずみの量を表している．Fig. 4.34 に各材料の勾配を示す．勾配においても，軟鋼と AA5182 では同程度となり，ハイテンの勾配も 980Y > 590Y > 590R となり，微小塑性ひずみの絶対量と同じ傾向となった．

Fig. 4.33 および Fig. 4.34 より，鋼材とアルミニウム合金材は除荷時に発生する微小塑性ひずみについて，同程度のポテンシャルを有していることが分かった．しかし，Fig. 4.21 のように 2 つの材料では除荷時の非線形性は明らかに異なる．この原因について考察する．Fig. 4.35 に鋼材と

アルミニウム合金材の除荷曲線の模式図を示す。軟鋼と AA5182 のように強度レベルが等しい場合，アルミニウム合金板はヤング率が鋼材より小さいため弾性ひずみ成分 $\epsilon_e$ は大きくなる。ここで，両材料の微小塑性ひずみ $\epsilon_{mp}$ が同等である場合，アルミニウム合金板では除荷ひずみ $\epsilon_t$ に対する微小塑性ひずみ $\epsilon_{mp}$ の割合が鋼材より小さくなる。これにより，アルミニウム合金材の非線形性は鋼材に比べ小さくなると考えられる。

鋼材間でも鋼種の違いで微小塑性ひずみに差が見られた。同じ強度レベルである 590R と 590Y を比較すると，590Y の方が微小塑性ひずみの絶対値およびその勾配が大きい結果となった。これは DP 鋼において，予変形によって材料内に蓄積された応力が解放される際，フェライト相とマルテンサイト相とで異なる変形挙動となり，フェライト相が局所的に再降伏し，この結果，除荷時に弾性ひずみに加えて微小な塑性ひずみが生じるためと考えられる<sup>12)</sup>。単相の析出強化鋼は除荷の際，比較的均一に応力が解放されるため生じる塑性ひずみは小さくなる。

また，材料強度が高いほど顕著な微小塑性ひずみとなった。これはバウシンガー効果（応力反転時の遷移軟化挙動）の傾向と同じであることから，除荷中の非線形な応力-ひずみ挙動は，バウシンガー効果と等価な現象によるものと推測できる。

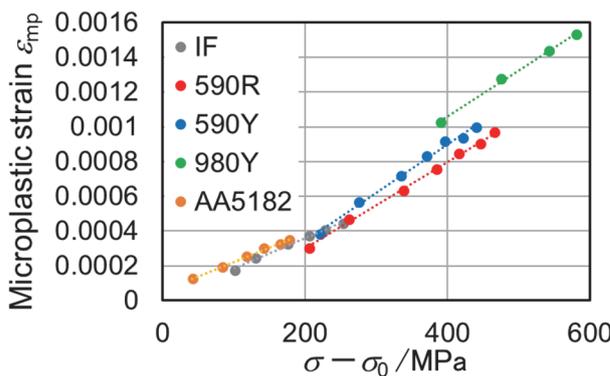


Fig. 4.33 Relationship between microplastic strain and amount of hardening.

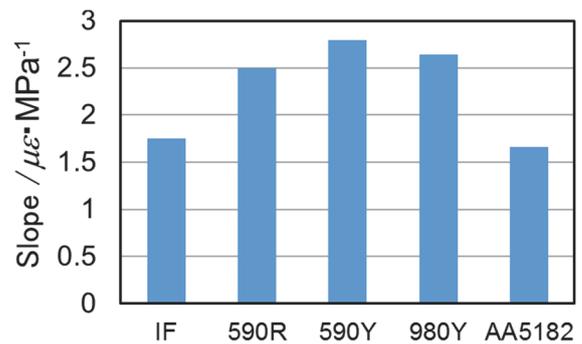


Fig. 4.34 Coefficient of slope.

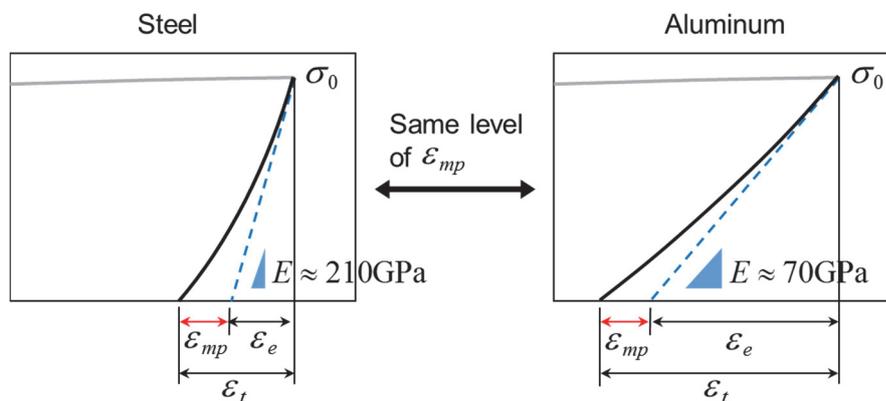


Fig. 4.35 Difference of nonlinearity between steel and aluminum alloy.

## 4.8 結言

応力状態による除荷特性の違い、つまり除荷特性の応力状態依存性を明らかにすることを目的とし、4つの応力状態；①単軸、②平面ひずみ、③等二軸、④せん断での除荷特性を種々の材料試験により系統的に測定した。試験で得られた除荷応力-ひずみ曲線から、平均勾配と非線形性を各応力状態で比較することで、除荷特性の応力状態依存性を検証した。その結果、以下の知見を得た。

- 1) 見かけの弾性率（除荷平均勾配）は応力状態によらず予ひずみの増加に伴い低下する傾向となり、さらに応力状態によって見かけの弾性率は異なることが分かった。これにより、多軸応力除荷での見かけの弾性率は等方性を仮定したフックの法則に従わないことが明らかとなった。
- 2) 除荷応力-ひずみ関係の非線形性も応力状態によって異なり、応力状態依存性が確認された。特に、せん断除荷は最も顕著な非線形性を示したのに対し、等二軸除荷は最も小さな非線形性となった。また、材料の強度や強化機構によって非線形性が異なる結果となった。
- 3) 単軸除荷応力-ひずみ曲線から抽出した微小塑性ひずみは降伏からの硬化量に比例関係となる。強度が同程度である軟鋼とアルミニウム合金とでは微小塑性ひずみの発生量はほぼ同じであることから、鋼材とアルミニウム合金材は除荷時に発生する微小塑性ひずみについて、同程度のポテンシャルを有していることが分かった。さらに、微小塑性ひずみの発生量は材料の強度や強化機構によって異なることが明らかとなった。

## 第5章 非線形弾塑性挙動を再現する材料モデルの構築

### 5.1 緒言

スプリングバックの予測には、材料のスプリングバック前の応力と除荷挙動をいかに FEM で精度良く再現するかが重要となる。材料の弾塑性変形挙動を規定する材料モデルに関して、近年まで様々な提案がなされている。例えば応力反転後の遷移軟化現象であるバウシinger効果を再現する硬化則<sup>1)-3)</sup>や、面内異方性を再現する降伏関数<sup>4)-7)</sup>によってスプリングバック前応力の予測精度は概ね信頼し得るものとなってきた。

一方、除荷挙動に関して、応力-ひずみ関係はフックの法則で規定される線形関係とみなされているのが一般的であり、市販の FEM ソフトもその枠組みである。しかし、実際は除荷時の応力-ひずみ関係は非線形となり、さらに除荷-再負荷時の応力-ひずみ関係はヒステリシスを描くことが確認されている<sup>8)-10)</sup>。スプリングバック予測で重要となる除荷過程において、非線形な弾塑性挙動を再現できてない現状の材料モデルでは、高精度なスプリングバック予測結果が得られない可能性があった。

この課題に対するアプローチの一つとして、吉田ら<sup>2)</sup>は除荷時の非線形な応力-ひずみ関係を線形近似し、その応力-ひずみの平均勾配を見かけのヤング率と定義し、FEM への導入方法を提案した。この見かけのヤング率の考慮によりスプリングバック予測精度は飛躍的に向上することが数多く示されている<sup>11),12)11)</sup>。一方で近年では、非線形な除荷挙動を再現する材料モデルが提案され<sup>13)-15)</sup>、FEM への導入、スプリングバック予測<sup>16)</sup>への適用がなされてきた。これらの検討のほとんどは、実験観察や材料定数の同定は引張除荷過程の応力-ひずみ曲線を用いている。しかし、実際のプレス成形では、Fig. 5.1 に示すように、スプリングバック後の材料は完全に除荷（点 B、残留応力ゼロ）されることはほとんどなく、力の釣り合いを保つために応力はある程度残存する（点 A および点 C）。特に、曲げ変形を受けた箇所ではスプリングバック後であっても比較的大きな応力がブランクに残存する。これにより、除荷途中および反転後の応力（例えば引張から圧縮、圧縮から引張）での非線形な応力-ひずみ挙動を観察し、シミュレーションで再現することはスプリングバック予測の高精度化に必要不可欠である。

そこで本研究では、面内応力反転試験によりハイテンの除荷および再負荷特性を詳細に調査し、従来の材料モデルの問題点を明らかにするとともに、実験で得られた応力反転時の非線形応力-ひずみ関係を精度良く再現する材料モデルを新たに提案した。さらに、提案材料モデルを組み込んだスプリングバック解析により予測精度を検証した。

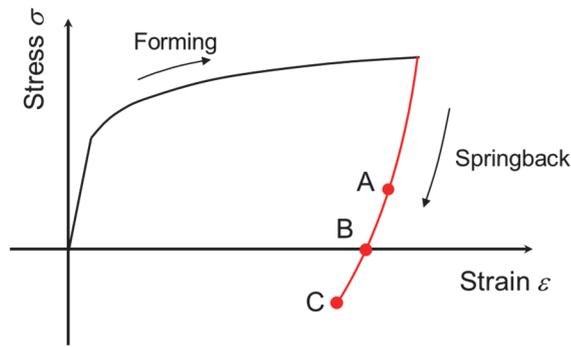


Fig. 5. 1 Stress-strain history during forming and springback.

## 5.2 従来の材料モデルの問題点

Fig. 5. 2 に面内応力反転試験で得られた繰返し引張圧縮変形時の応力-ひずみ曲線と、それに対応する等方硬化モデルと Y-U モデルの計算結果の比較を示す。材料は JSC590Y である。引張変形後の圧縮変形を第 1 反転、圧縮変形後の引張変形を第 2 反転と呼称する。まず、実験結果で注目すべきは、応力反転直後の応力-ひずみ関係は非線形となり、第 2 反転の応力は第 1 反転開始時の応力-ひずみ点を通り、ヒステリシスループが観察できる。計算結果と比較すると、両モデルともに応力反転直後から再降伏まで線形な応力-ひずみ関係としているのに対し、実験結果では応力反転直後から非線形な挙動となっており、実験と計算の明らかな挙動の違いが確認できる。また、等方硬化モデルはバウシinger 効果を考慮していないため、応力反転後の応力を高く見積もる。一方、Y-U モデルは第 1 反転での応力レベルは良い再現性であるのに対し、第 2 反転では実験より低く見積もる結果となった。この理由として、以下の Y-U モデルの背応力発展式  $d\alpha^*$  が関係している。

$$d\alpha^* = C \left[ \left( \frac{a}{Y} \right) (\sigma - \alpha) - \sqrt{\frac{a}{\alpha^*}} \alpha^* \right] d\bar{\epsilon}^p \quad (5-1)$$

ここで、増加項  $(a/Y)(\sigma - \alpha)$  は降伏曲面の移動ベクトルを規定する項であり、第 1 反転と第 2 反転では大きな差は生じない。一方、減少項  $\sqrt{a/\alpha^*} \alpha^*$  は  $\alpha^*$  (限界曲面に対する降伏曲面の相対ベクトル) を含んでいる。Fig. 5. 3 に繰返し引張圧縮変形における  $\sqrt{a/\alpha^*} \alpha^*$  の値の変化を示す。A および C 点は第 1 反転開始点、B および D 点は第 2 反転開始点である。それぞれの点での  $\sqrt{a/\alpha^*} \alpha^*$  の値を見ると、第 1 反転の方が第 2 反転より大きな値となっているのが分かる。この値の差により、式(5-1)の  $d\alpha^*$  は第 1 反転と第 2 反転とで挙動が異なり、それが Fig. 5. 2 のように応力-ひずみ曲線に影響したと考えられる。第 1 反転での応力-ひずみ曲線で同定された材料定数では第 2 反転の応力を再現することができず、第 2 反転の応力-ひずみ曲線で定数を同定すると第 1 反転の精度は悪化する。これらは、Y-U モデルに限らず他の移動硬化モデルでも当てはまる共通の問題である。この問題は、一定ひずみ幅での繰返し変形 (例えば  $\pm 5\%$ ) などでは生じない問題であり、ここで論じている「応力反転負加後に十分に變形が進む前に再び応力反転が起きる變形」での特有の問題である。この變形は、例えば張力がかかったドロウ成形やリストライク成形などでブラ

ンクが受ける変形であり、この変形での応力-ひずみ挙動を再現することは重要である。

以上の従来材料モデルが有する課題を鑑みて、新たな材料モデルで考慮すべき材料挙動は①応力反転直後の非線形弾塑性挙動と、②繰返し変形時のヒステリシスループの 2 点であり、本研究ではこれらを再現する材料モデルの構築を行った。

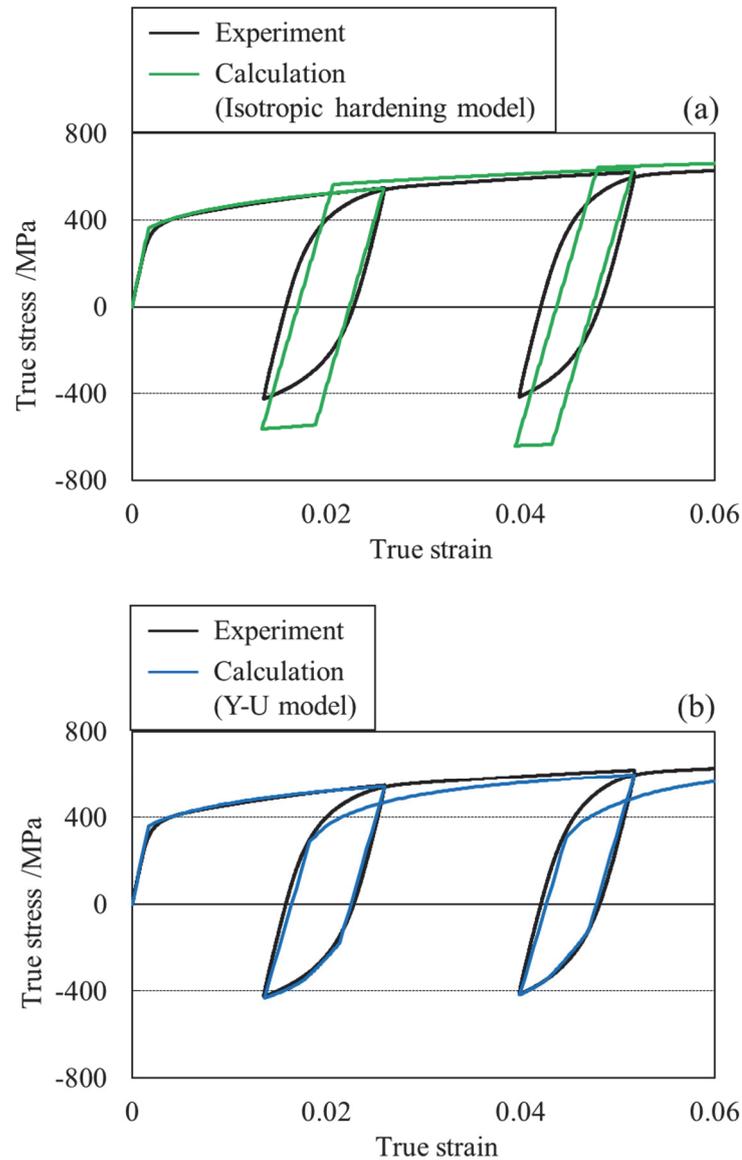


Fig. 5.2 Stress-strain responses during tension-compression-retension deformation: (a) Isotropic hardening model, (b) Y-U model.

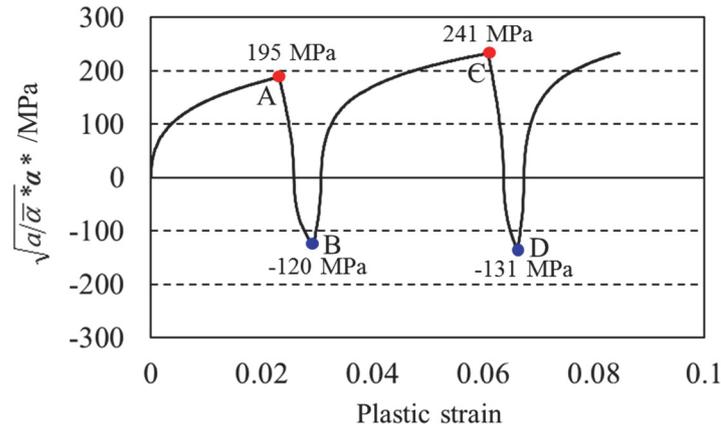


Fig. 5.3 Decreasing term  $\sqrt{a/\alpha} * a^*$  during tension-compression-retension deformation.

### 5.3 材料モデル構築の着眼点

JSC590Y の面内応力反転試験を行い、予ひずみ 0.025 および 0.05 での繰返し応力-ひずみ関係を測定した。なお、圧縮時の応力を -200 MPa, -400 MPa, -500 MPa の 3 水準とした。得られた応力-ひずみ曲線を Fig. 5.4 に示す。予ひずみ量および圧縮量に関わらず、再負荷後の応力は除荷開始時の応力-ひずみ点（点 A, 点 B）を通過するヒステシスループが観察された。応力反転直後の応力-ひずみ関係を詳細に検討するため、除荷時または再負荷時の応力-ひずみ勾配  $d\sigma/d\varepsilon$  を算出した。予ひずみ 0.025 付与後の圧縮応力 -200 MPa の条件における除荷と再負荷での応力と勾配の関係を Fig. 5.5(a) に示す。除荷と再負荷ともに応力-ひずみ勾配は応力の変化に伴って連続的に減少しているのが分かる。

ここで、除荷と再負荷での挙動を比較するために、応力-ひずみ勾配を評価する指標として、応力反転時からの応力変化量  $\sigma_{\text{chg}}$  を新たに式(5-2)のように定義する。

$$\sigma_{\text{chg}} = |\sigma_{\text{rev}} - \sigma| \quad (5-2)$$

ここで  $\sigma$  は現在の応力、 $\sigma_{\text{rev}}$  は応力反転時の応力である。Fig. 5.5(a) の応力-ひずみ勾配を応力変化量  $\sigma_{\text{chg}}$  で整理し直した結果を Fig. 5.5(b) に示す。除荷と再負荷の応力-ひずみ勾配はほぼ一致する結果となった。予ひずみ量 0.025 および 0.05 付与後の除荷時の勾配（共に圧縮応力 -200 MPa の条件）を Fig. 5.6(a) に、予ひずみ量 0.025 で 3 水準の圧縮レベルにおける再負荷時の勾配を Fig. 5.6(b) に示す。予ひずみ量や圧縮レベルによらず応力-ひずみ勾配はほぼ一致した。これらの結果より、応力反転後の応力-ひずみ関係は、変形形態（除荷/再負荷）や反転応力、予ひずみ量にかかわらず、応力反転からの応力の変化量によって決まることが分かった。

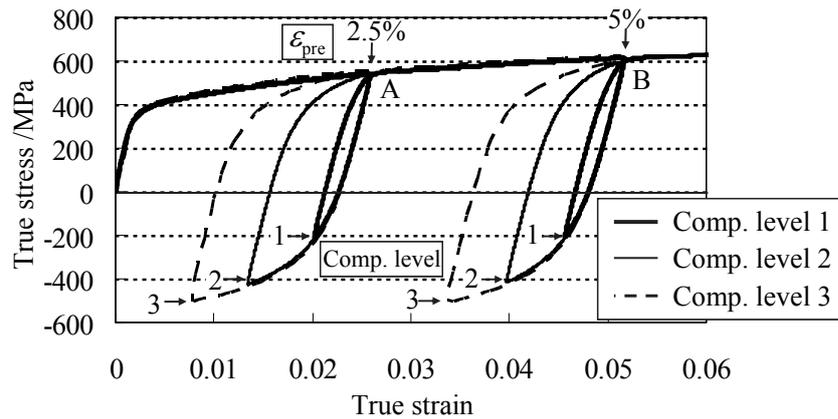


Fig. 5.4 Experimental stress-strain curves during tension-compression.

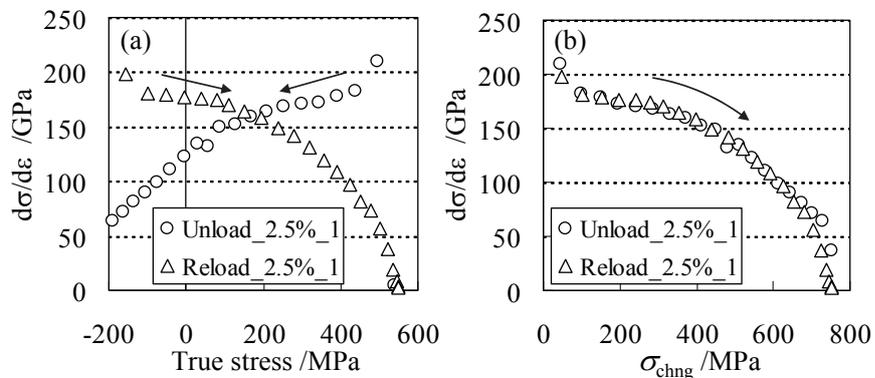


Fig. 5.5 Stress-strain slopes: (a) relation with stress, (b) relation with amount of stress change.

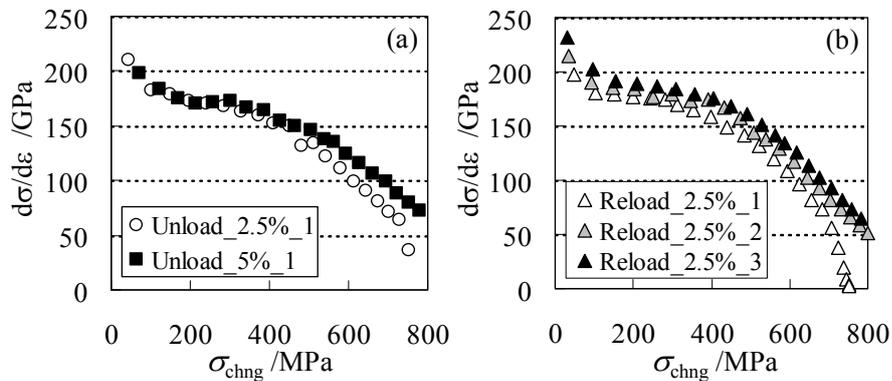


Fig. 5.6 Stress-strain slopes with amount of stress change: (a) two pre-strain levels, (b) three compression levels.

## 5.4 材料モデルの定式化

### 5.4.1 背応力発展式

応力反転後の非線形な応力-ひずみ関係を再現するための材料モデルの構築を行った．本材料モデルは Y-U モデル同様の二曲面モデルである．Fig. 5.7 の模式図に示すように，降伏曲面には移動硬化，限界曲面には等方硬化を適用する．降伏曲面  $f$  および限界曲面  $F$  を以下に示す．

$$f = \phi(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha}) - Y = 0 \quad (5-3)$$

$$F = \phi(\boldsymbol{\sigma}) - (B + R) = 0 \quad (5-4)$$

$\phi$ は降伏関数から計算される相当応力、 $Y$ は降伏曲面半径、 $\boldsymbol{\alpha}$ は降伏曲面背応力、 $B$ および $R$ は限界曲面の初期半径と等方硬化量である。5.3節での実験結果から得られた「応力-ひずみ関係は応力反転からの応力変化量によって決まる」という知見より、背応力 $\boldsymbol{\alpha}$ の発展式 $d\boldsymbol{\alpha}$ に応力反転からの降伏曲面の移動硬化量 $\boldsymbol{X}$ を導入した。

$$d\boldsymbol{\alpha} = C \left[ \left( \frac{a}{Y} \right) (\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\alpha}) - \rho \boldsymbol{X} \right] d\bar{\varepsilon}^P \quad (5-5)$$

ここで、 $a$ は降伏曲面と限界曲面の半径差であり、

$$a = B + R - Y = a_0 + R \quad (5-6)$$

$$dR = m(R_{\text{sat}} - R)d\bar{\varepsilon}^P \quad (5-7)$$

と表せる。 $C$ は降伏曲面の移動速度を規定する材料定数、 $m$ は限界曲面の等方硬化速度を規定する材料定数である。 $a_0$ は $a$ の初期値であり、 $R_{\text{sat}}$ は限界曲面の等方硬化量の収束値である。

$\boldsymbol{X}$ と $\rho$ は応力状態によって値を切り替えることを考える。Fig. 5.8の模式図に示すように、変形過程において、現在の応力の相当値が最大の場合（Case 1）と、そうでない場合（Case 2）で以下のように場合分けをする。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{X} = \boldsymbol{a}, \quad \rho = 1 & \quad \text{when } \bar{\sigma} = \bar{\sigma}_{\text{max}} \quad (\text{Case 1}) \\ \boldsymbol{X} = \boldsymbol{a}' - \boldsymbol{a}, \quad \rho = 0.5\lambda & \quad \text{when } \bar{\sigma} < \bar{\sigma}_{\text{max}} \quad (\text{Case 2}) \end{aligned} \quad (5-8)$$

ここで、 $\boldsymbol{a}'$ は応力反転時点での背応力であり、次の応力反転が起こるまで変化しない値である。本モデルでは応力反転時の背応力 $\boldsymbol{a}'$ と現在の背応力 $\boldsymbol{\alpha}$ の差を取ることで、応力反転からの応力変化量を考慮した。 $\lambda$ は応力反転後の塑性域での永久軟化を再現する材料定数である。詳細は5.4.4で述べる。応力反転の判定には、Fig. 5.9に示すように最大応力ベクトル $\boldsymbol{\sigma}_{\text{max}}$ と背応力に対する応力の相対ベクトル $(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\alpha})$ の内積値を用い、内積値が0未満となれば応力反転、0以上となれば継続負荷とした。

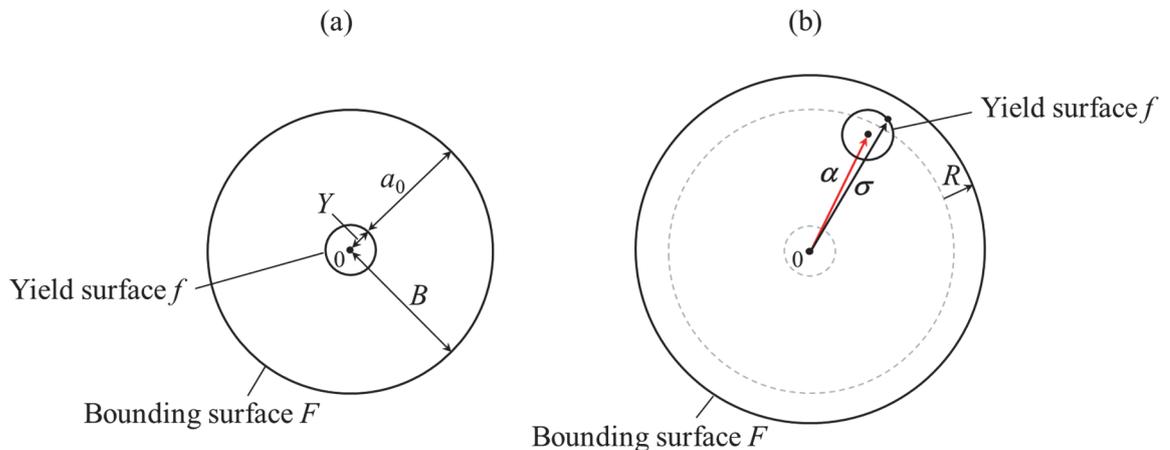


Fig. 5.7 Concept of proposed model: (a) before deformation, (b) during deformation.

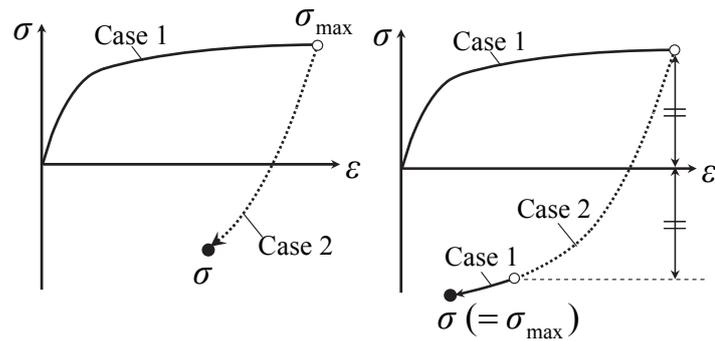


Fig. 5. 8 Illustration diagrams of deformation modes.

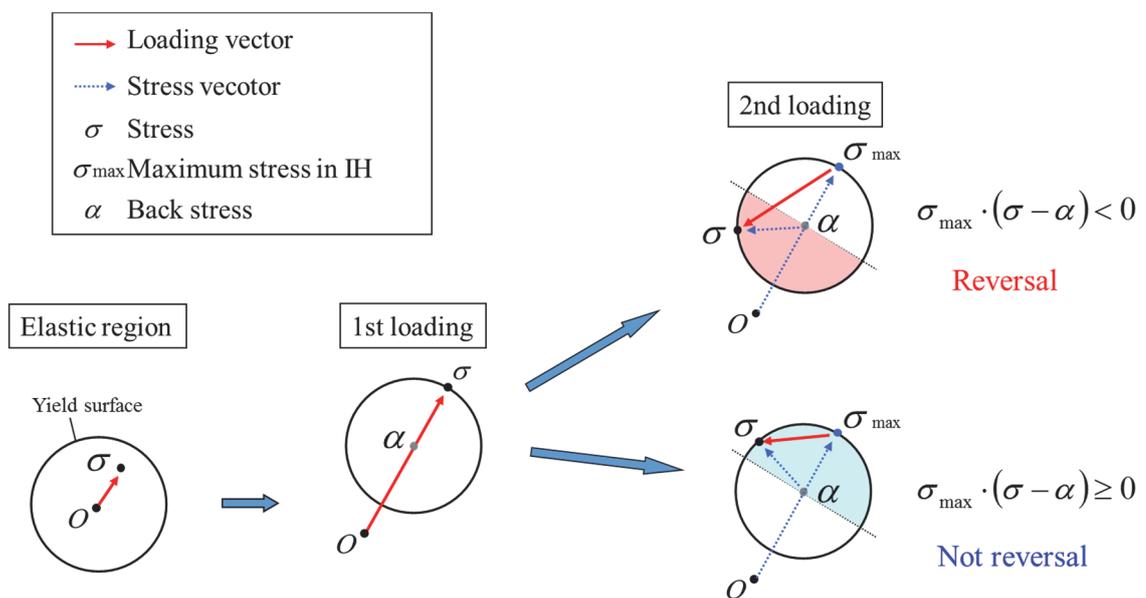


Fig. 5. 9 Algorithm for determination of reversal.

#### 5.4.2 降伏曲面の設定

本材料モデルは、弾性域（線形域）の大きさを規定する降伏曲面半径  $Y$  を小さく設定することで、非線形な応力-ひずみ関係の再現を試みた (Fig. 5.10 参照)。引張圧縮過程において、5.4.1 で記述した提案モデルで降伏曲面を小さく ( $Y=50\text{MPa}$ ) した場合の計算結果と実験結果の比較を Fig. 5.11 に示す。ここで、降伏曲面の移動速度を規定する材料定数  $C$  を変化させている。計算結果において応力-ひずみ曲線の大部分が非線形となったが、材料定数  $C$  を変化させても実験値を精度良く回帰することができていないことが分かる。

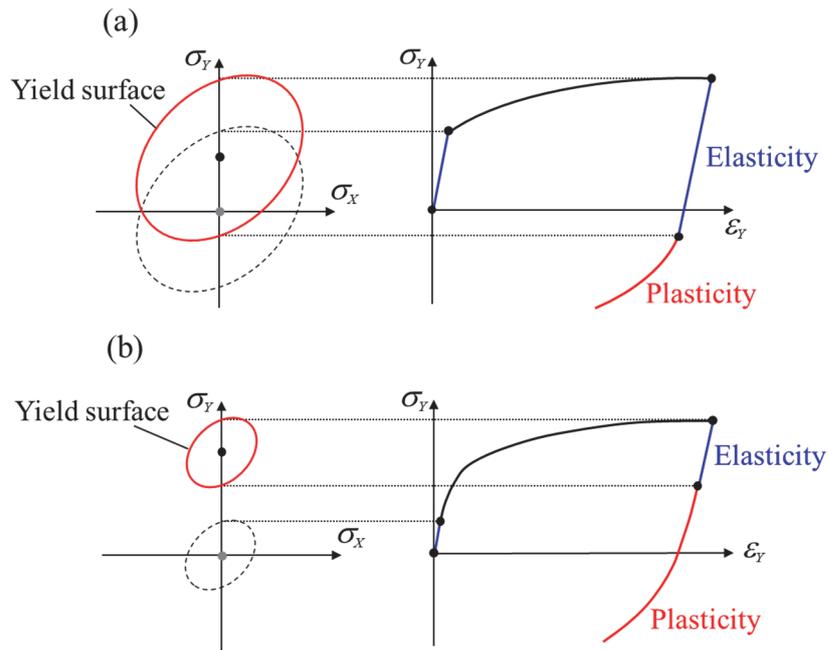


Fig. 5.10 Schematic illustration of yield surface and stress-strain curve: (a) conventional kinematic hardening model, (b) proposed model.

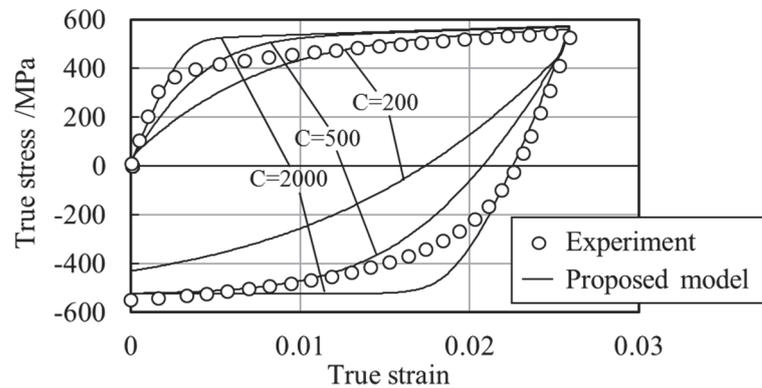


Fig. 5.11 Comparison of stress-strain curves between experimental result and calculated results of proposed model in chapter 5.4.1 with different parameter  $C$ .

### 5.4.3 移動硬化係数の変数化

そこで、提案モデルでは、この係数  $C$  を変数とすることを考える。まず、5.4.2 節の提案モデルの計算値が実験結果と一致するために係数  $C$  がとるべき値（理想値）を逆算して求めた。結果を Fig. 5.12 に示す。係数  $C$  は初期降伏および除荷（圧縮）開始直後に大きな値となり、その後係数  $C$  は急激に低下し小さな値となる。この挙動を再現するために係数  $C$  を応力反転時からの降伏曲面の移動硬化量  $X$  を含む変数とした。

$$C = C_0 + C_c \exp\left(-\frac{\bar{X}^n}{A}\right) \quad (5-9)$$

ここで、 $\bar{X}$  は  $X$  の相当値、係数  $C_0$  は係数  $C$  の収束値に係る材料定数である。また、係数  $C_c$  は、係数  $C$  の増加量に関する材料定数である。 $A$  と  $n$  は係数  $C$  の収束速さを規定する材料定数であり、

$X$  の式と同様に応力状態によって値を切り替える.

$$\begin{aligned} A=A_1, n=n_1 & \quad \text{when } \bar{\sigma} = \bar{\sigma}_{\max} \quad (\text{Case 1}) \\ A=A_2, n=n_2 & \quad \text{when } \bar{\sigma} < \bar{\sigma}_{\max} \quad (\text{Case 2}) \end{aligned} \quad (5-10)$$

上記 4 つの定数  $C_0, C_C, A, n$  がそれぞれ係数  $C$  の値にどのように影響するかを確認するため、Table 5.1 に示す 4 つの定数の組み合わせを考える. Fig. 5.13 に 4 つの定数の組み合わせで計算される係数  $C$  と応力反転からの応力変化量との関係を示す. 式(5-9)で計算された引張圧縮過程での係数  $C$  は Fig. 5.12 に示すように、係数  $C$  の理想値の変化を回帰していることが分かる.

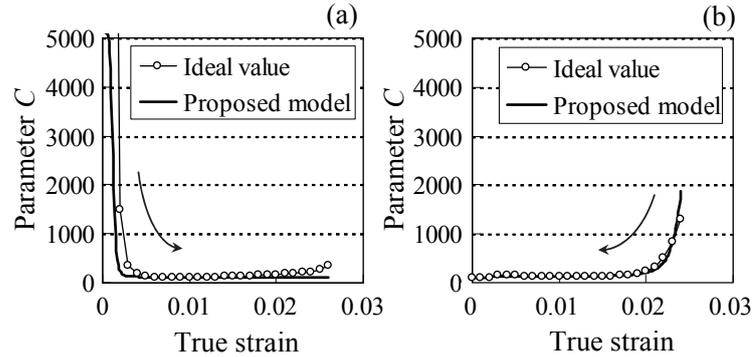


Fig. 5.12 Ideal values of the parameter  $C$  with calculated results of proposed model: (a) tension, (b) compression.

Table 5.1 Combinations of parameters for variable  $C$ .

	$C_0$	$C_C$	$A$	$n$
Curve 1	200	5000	200	4
Curve 2	200	3000	200	4
Curve 3	200	5000	400	4
Curve 4	200	5000	200	2

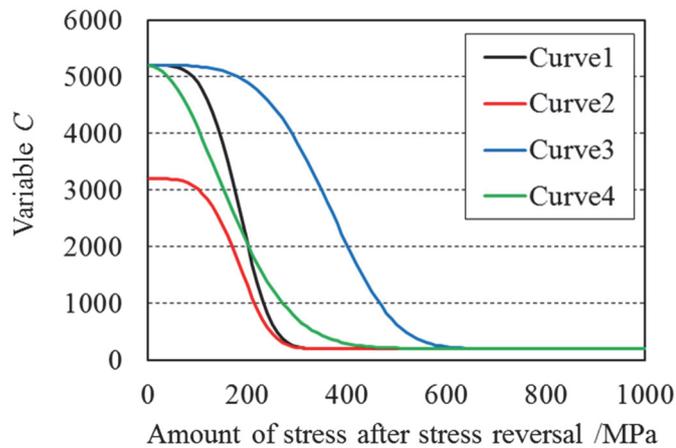


Fig. 5.13 Effect of parameters for variable  $C$ .

5.4.4 永久軟化の表現

Y-U モデルでは永久軟化を限界曲面の移動硬化により再現しているが、本材料モデルは限界曲面の移動硬化を考慮せず等方硬化のみ考慮した。その代わりに、背応力の発展式 (式(5-5), 式(5-8)) に定数 $\lambda$ を導入し、 $\lambda > 1$  とすることで永久軟化挙動が再現可能となった (Fig. 5.14 参照)。

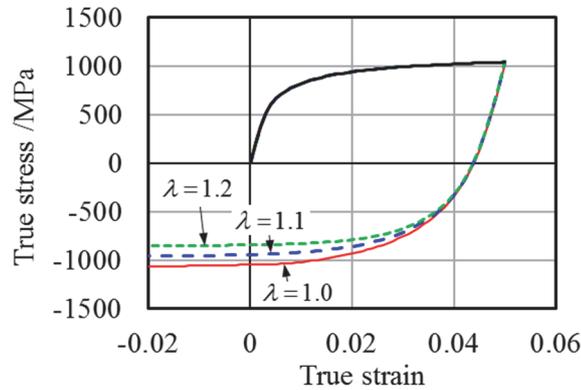


Fig. 5.14 Effect of parameter  $\lambda$  on stress-strain curve after stress reversal.

5.5 応力-ひずみ関係の再現性の検証

提案材料モデルの応力-ひずみ曲線の再現性を検証した。面内応力反転試験から得られた応力-ひずみ曲線 (Fig. 5.4 の圧縮応力-200 MPa の条件) を用いて同定した提案モデルの材料定数を Table 5.2 に示す。応力-ひずみ曲線の実験値と Y-U モデルおよび提案モデルの計算値の比較を Fig. 5.15 に示す。Y-U モデルは面内応力反転試験に加え、別途実施した引張除荷試験より得られた見かけのヤング率を考慮している。Y-U モデルは圧縮域でのバウシinger効果を再現しているが、再負荷過程での応力-ひずみ曲線は、除荷開始時の応力-ひずみ点を通り過ぎて応力を低く見積もった。提案モデルは圧縮時のバウシinger効果と再負荷時の応力を精度良く再現しており、実験結果と良い一致を示した。応力反転直後の応力-ひずみ関係の精度を詳細に検討するために、Fig. 5.15 の除荷と再負荷過程における応力-ひずみ勾配を Fig. 5.16 に示す。(a)は予ひずみ量 $\epsilon_{pre} = 0.025$ , (b)は $\epsilon_{pre} = 0.05$ の結果である。Y-U モデルは除荷および再負荷過程での変形を弾性としているため、応力によらず応力-ひずみ勾配を一定としているのに対し、提案モデルはなだらかな勾配の低下を再現し、非線形な応力-ひずみ関係を精度良く再現した。

Table 5.2 Material parameters for proposed model.

$Y$ /MPa	$a_0$ /MPa	$C_0$	$m$	$R_{sat}$ /MPa	$C_C$	$A_1$ /MPa	$A_2$ /MPa	$n_1$	$n_2$	$\lambda$
50	470	120	11	270	5000	200	460	4.00	1.45	1.01

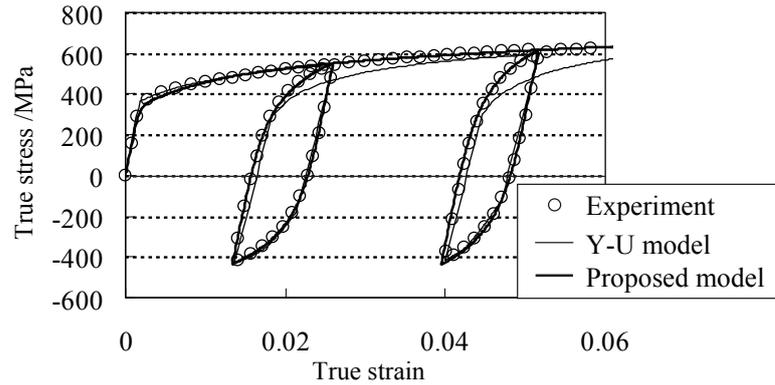


Fig. 5. 15 Comparison of stress-strain curves between experimental result and calculated results of Y-U model and proposed model.

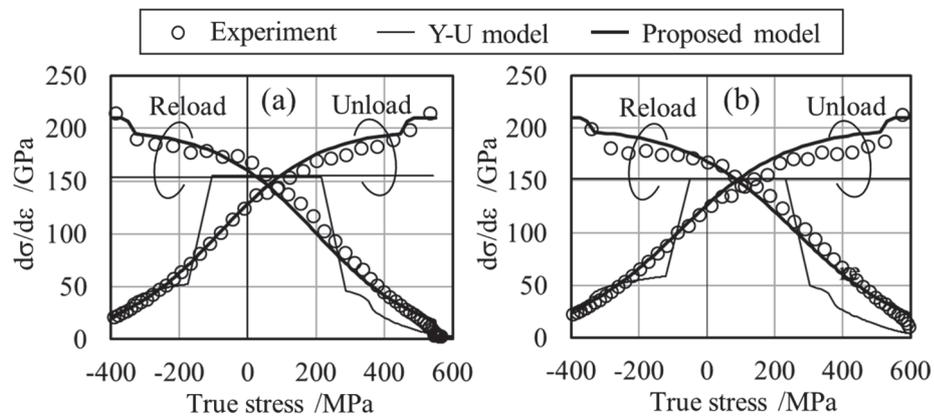


Fig. 5. 16 Comparison of stress-strain slopes between experimental result and calculated results of Y-U model and proposed model: (a)  $\varepsilon_{pre} = 0.025$ , (b)  $\varepsilon_{pre} = 0.05$ .

## 5.6 スプリングバック解析

### 5.6.1 解析条件

汎用 FEM ソフトウェア LS-DYNA ver.971 に提案モデルをユーザーサブルーチンにより組み込んだ。Fig. 5. 17 に示すハット曲げ成形品のドロー成形解析を行った。Fig. 5. 18 に工具の模式図を示す。ブランクの寸法は 360 mm (R.D.) $\times$ 80 mm (T.D.)である。パンチストロークは 77 mm とした。成形条件としてダイ肩半径  $R_d$  は 3, 5, 10 mm の 3 条件, BHF は 50, 100, 200 kN の 3 条件とした。スプリングバック評価値として, Fig. 5. 19 に示すようにパンチ底から 15 mm から 66 mm の範囲の縦壁部の形状で曲率半径  $\rho$  を算出した。検討する材料モデルは等方硬化モデル, Y-U モデルおよび提案材料モデルである。等方硬化モデル, Y-U モデルは単軸引張除荷試験によって得られた除荷時の見かけのヤング率を考慮した。

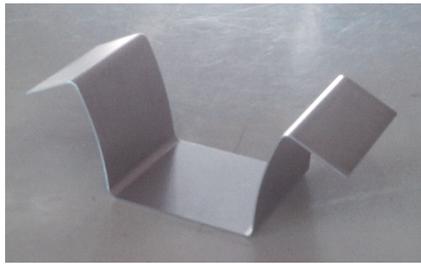


Fig. 5. 17 Hat-shape formed part.

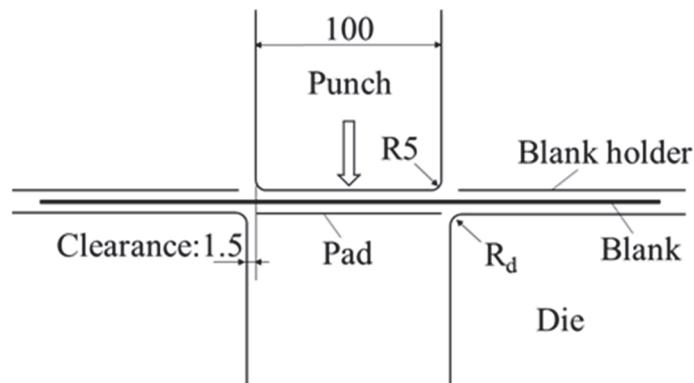


Fig. 5. 18 Schematic view of the draw bending tools.

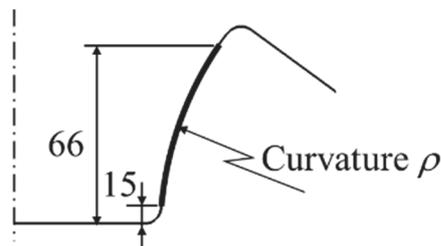


Fig. 5. 19 Curvature at sidewall.

### 5.6.2 解析結果

Fig. 5. 20 に縦壁の曲率  $1/\rho$  の実験結果と解析結果の比較を示す. 等方硬化モデルと Y-U モデルはほぼ全ての成形条件でスプリングバックを過大に見積もっているのに対し, 提案材料モデルは成形条件によらず, 実験結果と近い値となりスプリングバックを精度良く再現した. Fig. 5. 21 は, ドロー成形中にブランクの縦壁部が受ける応力-ひずみ関係の模式図である. ブランクはダイ肩通過時に曲げ曲げ戻し変形 (O-A-B) を受け, その後離型により除荷される (B-C). スプリングバック量を規定する因子であるスプリングバック前の応力  $\sigma_B$  とスプリングバック時の戻りひずみ量  $\epsilon_{SB}$  に着目する. Fig. 5. 22 にブランク縦壁部におけるスプリングバック前の応力  $\sigma_B$  と戻りひずみ量  $\epsilon_{SB}$  の各材料モデルの値を示す. 等方硬化モデルは他の 2 つのモデルより応力を高く見積もったのに対し, Y-U モデルと提案材料モデルの応力はほぼ同程度となった. これは, 両モデルはバウシinger効果を考慮しているのに対し, 等方硬化モデルは考慮していないことに起因する.

戻りひずみ量は材料モデルにより大きく値は異なった. 等方硬化モデルと Y-U モデルの差につ

いて、両モデルは見かけのヤング率を考慮しているため除荷挙動は同等とみなせるが、等方硬化モデルではスプリングバック前の応力が高いため、その分戻りひずみ量も大きくなったと考えられる。一方、提案材料モデルの戻りひずみ量は Y-U モデルより小さくなった。両モデルではスプリングバック前の応力は同程度であったため、戻りひずみ量は線形除荷と非線形除荷の違いによるものと考えられる。見かけのヤング率は除荷時の除荷開始直後から応力ゼロまでの応力-ひずみ曲線を用いて算出されるが、実際の成形はその限りではない。Fig. 5.23 に板厚方向の各積分点における提案材料モデルによって計算されたスプリングバック前後の応力を示す。スプリングバック前の応力は±700MPa 程度であるのに対し、スプリングバック後の応力は±300MPa 程度残留しており、Fig. 5.1 のように応力は除荷途中で留まる、もしくは反対側の応力に達していることが分かる。応力反転直後から再降伏までの非線形で滑らかな遷移挙動を再現している提案材料モデルは戻りひずみ量と応力を正確に見積もり、その結果、スプリングバックを精度良く予測したと推測できる。

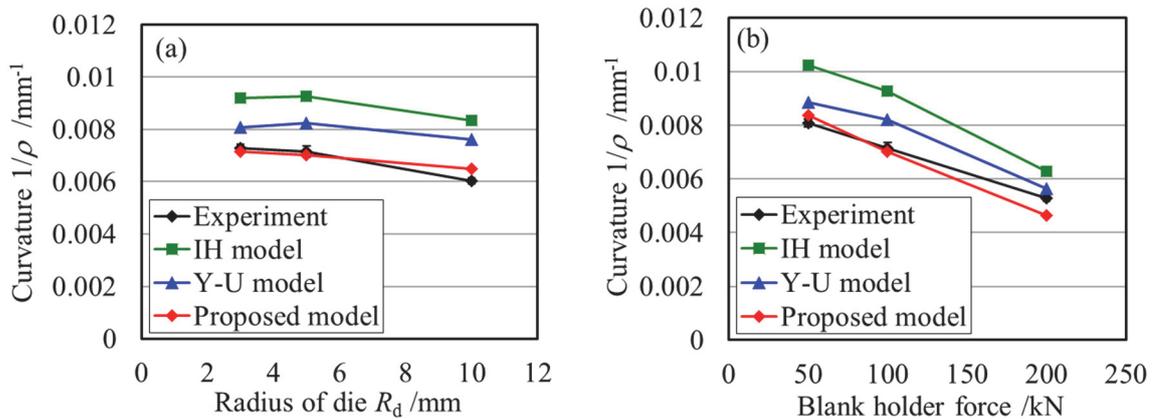


Fig. 5.20 Comparison of curvatures between experimental results and calculation results: (a) with different radii of die, (b) with different blank holder forces.

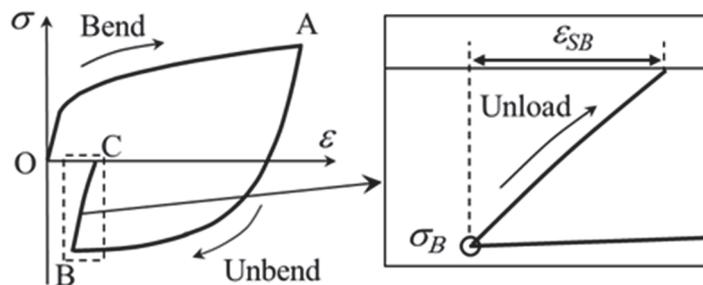


Fig. 5.21 Stress-strain history during forming and springback at sidewall.

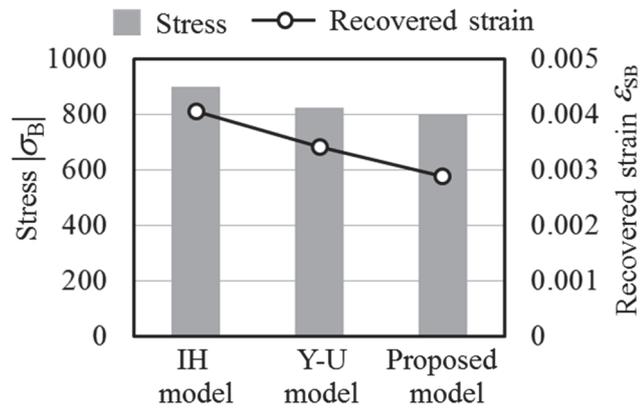


Fig. 5. 22 Stress at bottom dead point and recovered strain during springback at sidewall.

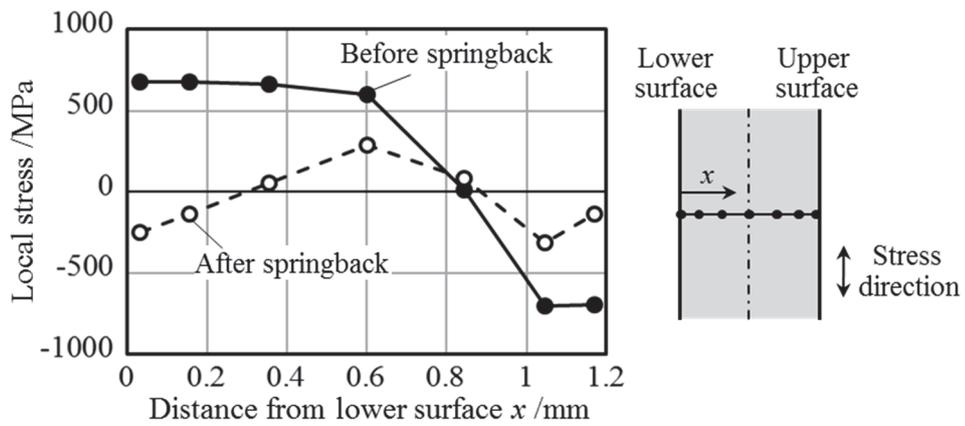


Fig. 5. 23 Local stress at the each integration point through thickness before and after springback.

## 5.7 結言

ハイテンの面内応力反転試験により除荷および再負荷特性を詳細に調査し、従来の材料モデルの問題点を明らかにするとともに、実験で得られた応力反転時の非線形応力-ひずみ関係を精度良く再現する材料モデルを新たに提案した。さらに、提案材料モデルを組み込んだスプリングバック解析により予測精度を検証した。その結果、以下の知見を得た。

- 1) 応力反転後の応力-ひずみ関係は、変形形態（除荷/再負荷）や反転応力、予ひずみ量に関わらず、応力反転からの応力の変化量によって決まることが明らかとなった。
- 2) 応力反転後の非線形弾塑性挙動を再現する新たな材料モデルは以下の特徴を有する。
  - ① 降伏曲面と限界曲面の二曲面モデルであり、降伏曲面には移動硬化、限界曲面には等方硬化を適用した。
  - ② 降伏曲面半径  $Y$  を小さく設定することで、応力反転後の応力-ひずみの非線形性を再現可能とした。
  - ③ 背応力の発展式  $d\alpha$  と降伏曲面移動速度  $C$  を応力反転時からの移動硬化ベクトル  $\mathbf{X}$  の変数とすることで、弾性域から塑性域へのなだらかな遷移挙動と、複数回の応力反転が生じた際の非線形応力-ひずみ関係を正確に再現した。
  - ④ 背応力の発展式  $d\alpha$  の減少項に定数  $\lambda$  を導入することで永久軟化を表現した。
- 3) 提案材料モデルによりハット形状のドロワー成形品の縦壁に反りのスプリングバックを精度良く予測した。応力反転直後から再降伏までの非線形で滑らかな遷移挙動とそれに続くバウシinger効果を再現している提案材料モデルは、ブランクのスプリングバック前の応力とスプリングバック時の戻りひずみ量を正確に見積もった結果であると考えられる。

## 第6章 結論

本研究では、金属薄板、特にハイテンのプレス成形におけるスプリングバック予測精度向上を目的とし、種々の変形状態での材料特性を種々の材料試験で測定した。さらに、それら材料特性を考慮する FEM シミュレーションにより、各材料特性がスプリングバックに及ぼす影響を調査し、スプリングバック予測精度を検証した。その結果として以下の知見を得た。

第2章では、本研究に用いる弾塑性構成式、とりわけ硬化則、異方性降伏関数、見かけのヤング率、弾性異方性について説明した。さらに、FEM ソフトウェア導入にあたり必要となる弾塑性マトリクスを導出した。

第3章では、強度の異なる2種類のハイテン（590R、980Y）の種々の材料試験を行いバウシinger効果、見かけのヤング率、弾性異方性、塑性異方性の実験観察およびこれらのモデル化を行った。さらにそれら4つの材料特性を全て考慮できる材料モデルを開発し、汎用 FEM ソフトウェアに組み込んだ。そして、プレス成形試験およびスプリングバック解析を行い、種々の材料特性がスプリングバック予測結果に及ぼす影響と予測精度について検証した。バウシinger効果を考慮した解析によりスプリングバックは小さく、見かけのヤング率を考慮した解析によりスプリングバックは大きくなる傾向となった。弾性および塑性異方性の影響度はスプリングバックの形態によって異なるが、590R では10%以上の変化率となり、異方性の大きな材料においては無視できない材料因子であることがわかった。さらに、各材料特性を全て考慮した弾塑性構成式を用いることで590R および980Y ともにスプリングバック予測精度は大幅に向上することが明らかとなった。

第4章では、応力状態による除荷特性の違い、つまり除荷特性の応力状態依存性を明らかにすることを目的とし、4つの応力状態；①単軸、②平面ひずみ、③等二軸、④せん断での除荷特性を種々の材料試験により系統的に測定した。試験で得られた除荷応力-ひずみ曲線から、平均勾配と非線形性を各応力状態で比較することで、除荷特性の応力状態依存性を検証した。見かけの弾性率（除荷平均勾配）は応力状態によらず予ひずみの増加に伴い低下する傾向となり、さらに応力状態によって見かけの弾性率は異なることが分かった。これにより、多軸応力除荷での見かけの弾性率は等方性を仮定したフックの法則に従わないことが明らかとなった。除荷応力-ひずみ関係の非線形性も応力状態によって異なり、応力状態依存性が確認された。特に、せん断除荷は最も顕著な非線形性を示したのに対し、等二軸除荷は最も小さな非線形性となった。また、材料の強度や強化機構によって非線形性が異なることが分かった。

第5章では、ハイテンの面内応力反転試験により除荷および再負荷特性を詳細に調査した結果、応力反転後の応力-ひずみ関係は、変形状態（除荷/再負荷）や反転応力、予ひずみ量に関わらず、応力反転からの応力の変化量によって決まることが明らかとなった。この傾向を元に、2曲面モデルの枠組みを採用した新たな材料モデルを提案した。提案材料モデルを市販の FEM へ導入し、ドロ成形のスプリングバック解析を行い、提案材料モデルはブランクの縦壁の反りを精度良く予測した。応力反転直後から再降伏までの非線形で滑らかな遷移挙動とそれに続くバウシinger効果を再現している提案材料モデルは、ブランクのスプリングバック前の応力とスプリングバック時の戻りひずみ量を正確に見積もった結果であると考えられる。

以上の知見により、スプリングバック予測精度向上のために重要な材料特性が明らかとなった。これにより、影響度の大きい材料特性を考慮した材料モデルを選択しスプリングバック解析に適用することで、高精度かつ効率的なスプリングバック予測が期待できる。

今後の課題として、近年の更なる自動車車体軽量化の背景から、1.2GPa～1.5GPa 級超ハイテンの自動車部品への採用が増えると予想される。超ハイテンの冷間プレス、特にドロウ成形時のダイ肩部などでは成形荷重が高くなり、ブランクは板厚方向の変形が大きくなると考えられる。そのため、ソリッド要素の適用による板厚方向応力の考慮、さらには面外応力異方性の明確化やそれを考慮する異方性降伏関数の構築が求められる。

また現状では、FEM 計算で用いる硬化則や異方性降伏関数の材料定数を同定するために、二軸引張試験や面内応力反転試験などの特殊な試験の実施が必要となる。しかし、実際の生産現場でのシミュレーション業務を考慮すると、できる限り一般的な材料試験機（例えば引張試験機）により、簡易にかつ迅速に材料定数を同定できる新たな試験方法の開発が望まれる。

## 参考文献

## 第1章

- 1) Funakawa, Y., Shiozaki, T., Tomita, K., Yamamoto, T., Maeda, E. (2004). Development of high strength hot-rolled sheet steel consisting of ferrite and nanometer-sized carbides. *ISIJ International*, 44 (11), 1945-1951.
- 2) 松岡才二, 長谷川浩平, 田中靖 (2007) キャビン周りの衝突強度向上と軽量化に寄与する高加工性 WQ (水焼入) 超高強度冷間圧延鋼板. *JFE 技報*, 16, 16-20.
- 3) Bauschinger, J. (1881). Ueber die Veränderung der Elasticitätsgrenze und dea Elasticitätamoduls verschia- dener Metalle, *Zivilingenieur* 27, 289-348.
- 4) 桑原利彦, 森田佳之, 宮下洋介, 高橋進 (1995). 面内反転負荷を受ける金属薄板の弾塑性変形挙動. *塑性と加工*, 36-414, 768-774.
- 5) Lee, M., Kim, D., Kim, C., Wenner, M. L., Wagoner, R. H. (2005). Spring-back evaluation of automotive sheets based on isotropic-kinematic hardening laws and non-quadratic anisotropic yield functions Part II : characterization of material properties. *International Journal of Plasticity*, 21, 883-914.
- 6) Lee, M. G., Kim, S. J., Wagoner, R. H., Chung, K., Kim, H. Y. (2009). Constitutive modeling for anisotropic/asymmetric hardening behavior of magnesium alloy sheets : Application to sheet springback. *International Journal of Plasticity*, 25, 70-104.
- 7) Lee, M. G., Kim, J. H., Kim, D., Seo, O. S. (2013). Anisotropic Hardening of Sheet Metals at Elevated Temperature : Tension-Compressions Test Development and Validation. *Experimental Mechanics*, 53, 1039-1055.
- 8) Yoshida, F., Uemori, T., Fujiwara, K. (2002). Elastic – plastic behavior of steel sheets under in-plane cyclic tension – compression at large strain. *International Journal of Plasticity*, 18, 633-659.
- 9) Chongthairungruang, B., Uthaisangsuk, V., Suranuntchai, S., Jirathearanat, S. (2013). Springback prediction in sheet metal forming of high strength steels. *Materials and Design*, 50, 253-266.
- 10) G'Sell, C., Boni, S. (1983). Application of the plane simple shear test for determination of the plastic behaviour of solid polymers at large strains. *Journal of Material Science*, 18, 903-918.
- 11) 鈴木規之, 樋渡俊二, 上西朗弘, 桑山卓也, 栗山幸久, Lemoine, X., Teodosiu, C. (2005). 高強度鋼板における形状凍結性予測のための高精度材料モデル開発. *塑性と加工*. 46 (534), 636-640.
- 12) 宮内邦雄 (1984). 第 35 回塑性加工連合講演会講演論文集, 149-152.
- 13) 高橋寛, 塩野功, 千田憲雄, 遠藤勝明 (1984). 大ひずみ域におけるバウシंगा曲線. *日本機械学会論文集 A 編*, 50, (450) 184-190.
- 14) Pöhlndt, K., Tekkaya, A.E. (1985). Torsion Testing - Plastic Deformation to High Strain and Strain Rates. *Materials Science and Technology* 1 (11), 972-977.
- 15) Yin, Q., Tekkaya, A. E., Traphöner, H. (2015). CIRP Annals - Manufacturing Technology Determining cyclic flow curves using the in-plane torsion test. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 64, 261-264.

- 16) Yoshida, F., Urabe, M., Toropov, V.V. (1998). Identification of material parameters in constitutive model for sheet metals from cyclic bending tests, *International Journal of Mechanical Sciences*. 40 (2–3), 237–249.
- 17) Omerspahic, E., Mattiasson, K., Enquist, B. (2006). Identification of material hardening parameters by three-point bending of metal sheets, *International Journal of Mechanical Sciences* 48, 1525–1532.
- 18) Thuillier, S., Sabourin, F., Brunet, M., Manach, P. Y. (2009). Comparison of the work hardening of metallic sheets in bending – unbending and simple shear, 51, 122–130.
- 19) Han, K., Tyne, C. J. V. A. N., Levy, B. S. (2005). Effect of Strain and Strain Rate on the Bauschinger Effect Response of Three Different Steels, 36(September), 2379–2384.
- 20) Prager, W. (1956). A new method of analyzing stresses and strains in work hardening plastic solids. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 23, 493-496.
- 21) Ziegler, H. (1959). A modification of Prager’s hardening rule. *Quarterly of Applied Mathematics*, 17, 55–65.
- 22) Armstrong, P.J., Frederick, C.O. (1966). A Mathematical Representation of the Multiaxial Bauschinger Effect. G.E.G.B. Report RD/B/N 731.
- 23) Mroz, Z. (1967). On the description of anisotropic work-hardening. *J. Mech. Phys. Mech.* 15, 163.
- 24) Lemaitre, J., Chaboche, J-L. (1990). *Mechanics of solid materials*. Cambridge University Press, Cambridge.
- 25) Teodosiu C, Hu Z. (1995). Evolution of the intragranular microstructure at moderate and large strains: Modelling and computational significance. In: ShenSF, DawDawson PR, editors. *Simulation of materials processing: theory, methods and application*. Rotterdam: Balkema, 173–182.
- 26) Haddadi, H., Bouvier, S., Banu, M., Maier, C., Teodosiu, C. (2006). Towards an accurate description of the anisotropic behaviour of sheet metals under large plastic deformations : Modelling, numerical analysis and identification. *International Journal of Plasticity*, 22, 2226–2271.
- 27) Li, S., Hoferlin, E., Bael, A. Van, Houtte, P. Van, Teodosiu, C. (2003). Finite element modeling of plastic anisotropy induced by texture and strain-path change. *International Journal of Plasticity*, 19, 647–674.
- 28) Geng L., Wagoner R.H. (2000). Springback analysis with a modified hardening model. *SAE Technical Paper 2000-01-0768, Sheet Metal Forming: SingTang65th Anniversary Volume, SP-1536, SAE, 2000.*
- 29) Yoshida, F., Uemori, T. (2002). A model of large-strain cyclic plasticity describing the Bauschinger effect and workhardening stagnation. *International Journal of Plasticity*, 18, 661–686.
- 30) 吉田総仁, 上森武 (2002). 大ひずみ繰返し塑性変形挙動を記述する構成式. *日本機械学会論文集 A 編*, 68-667, 415-421.
- 31) Tamura, S., Sumikawa, S., Uemori, T., Hamasaki, H., Yoshida, F. (2011). Experimental observation of elasto-plasticity behavior of type 5000 and 6000 aluminum alloy sheets. *Materials Transactions*, 52(5), 868–875.
- 32) Hamasaki, H., Hattori, Y., Furukawa, K., Yoshida, F. (2014). Bauschinger effect during unloading of cold-rolled copper alloy sheet and its influence on springback deformation after U-bending. *Procedia Engineering*, 81, 969–974.

- 33) Barlat, F., Gracio, J. J., Lee, M., Rauch, E. F., Vincze, G. (2011). An alternative to kinematic hardening in classical plasticity. *International Journal of Plasticity*, 27, 1309–1327.
- 34) Lee, M. G., Lee, J. W., Gracio, J. J., Vincze, G., Rauch, E. F., Barlat, F. (2013). A dislocation-based hardening model incorporated into an anisotropic hardening approach. *Computational Materials Science*, 79, 570–583.
- 35) Wagoner, R.H. (1980). Measurement and analysis of plane strain work hardening, *Metall. Trans. A* 11, 165-175.
- 36) Flores, P., Tuninetti, V., Gilles, G., Gonry, P., Duchêne, L., Marie, A. (2010). Accurate stress computation in plane strain tensile tests for sheet metal using experimental data. *Journal of Materials Processing Technology*, 210(13), 1772–1779.
- 37) Hill, R. (1950). A theory of the plastic bulging of a metal diaphragm by lateral pressure. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 41(322), 1133–1142.
- 38) Keller, S., Hotz, W., Friebe, H. (2009). Yield curve determination using the bulge test. *Proceedings of the IDDRG2009*, 319–330.
- 39) 小坂田宏造, 白石光信, 村木重節, 徳岡雅康. (1989). リング圧縮試験による変形抵抗測定法. *日本機械学会論文集 C 編*, 55 (516), 2213-2220.
- 40) Usami, M., Oya, T. (2014). Estimation of work-hardening curve for large strain using friction- free compression test. *Procedia Engineering*, 81, 371–376.
- 41) 岩田隆道, 上山道明, 与語康宏, 岩田徳利, 石川孝司, 鈴木克幸 (2013). 塑性異方性を考慮した高張力鋼板と軟鋼板の変形抵抗測定 — 薄鋼板の高ひずみ域の変形抵抗の測定 第 1 報 —. *塑性と加工*, 54(632), 836-840.
- 42) 岩田隆道, 与語康宏, 岩田徳利, 加藤慎也, 石川孝司, 鈴木克幸(2013). 塑性異方性を考慮した高張力鋼板と軟鋼板の変形抵抗測定 — 薄鋼板の高ひずみ域の変形抵抗の測定 第 2 報 —. *塑性と加工*, 54 (632), 841-845.
- 43) Ikegami, K., (1979). Experimental plasticity on the anisotropy of metals. In: Boehler, J.P. (Ed.), *Mechanical Behavior of Anisotropic Solids*, Proceedings of the Euromech Colloquim 115, Colloques Inter. du CNRS Paris, 201–242.
- 44) 桑原利彦, 薄一平, 池田聡 (1998). 十字形試験片を用いた 2 軸引張試験によるアルミニウム合金板 A5182-O の降伏曲面の同定. *塑性と加工*, 39-444, 56-61.
- 45) Uemori, T., Kuramitsu, T., Mito, Y., Hino, R., Naka, T., Yoshida, F. (2010). Elasto-Plasticity Behavior of High Strength Steel Sheet in Biaxial Stress Path Change. *Materials Transactions* 51-10, 1814-1818.
- 46) Naka, T., Nakayama, T., Uemori, T., Hino, R., Yoshida, F. (2004). Effect of Strain-Rate and Temperature on Yield Locus for 5083 Aluminum Alloy Sheet. *Key Engineering Materials* 274-276, 937.
- 47) Kuwabara, T., Sugawara, F. (2013). Multiaxial tube expansion test method for measurement of sheet metal deformation behavior under biaxial tension for a large strain range. *International Journal of Plasticity*, 45, 103–118.
- 48) Hakoyama, T., Kuwabara, T. (2015). *From Creep Damage Mechanics to Homogenization Methods to Homogenization Methods*, 67-95, Springer.

- 49) Pavlina, E. J., Lin, C., Mendiguren, J., Rolfe, B. F., Weiss, M. (2015). Effects of Microstructure on the Variation of the Unloading Behavior of DP780 Steels. *Journal of Materials Engineering and Performance*, 24 (10), 3737–3745.
- 50) Cleveland, R. M., Ghosh, A. K. (2002). Inelastic effects on springback in metals. *International Journal of Plasticity*, 18, 769–785.
- 51) Luo, L., Ghosh, A. K. (2003). Elastic and inelastic recovery after plastic deformation of DQSK steel sheet. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 125, 237–246.
- 52) Kim, H., Kim, C., Barlat, F., Pavlina, E., Lee, M.-G. (2013). Nonlinear elastic behaviors of low and high strength steels in unloading and reloading. *Materials Science & Engineering A*, 562, 161–171.
- 53) Caceres, C.H., Sumitomo, T., Veidt, M. (2003). Pseudoelastic behaviour of cast magnesium AZ91 alloy under cyclic loading – unloading. *Acta Materialia*, 51, 6211–6218.
- 54) Pavlina, E. J., Lee, M., Barlat, R. I. C. (2015). Observations on the nonlinear unloading behavior of advanced high strength Steels. *METALLURGICAL AND MATERIALS TRANSACTIONS A*, 46A, 18–22.
- 55) Xue, X., Liao, J., Vincze, G., Pereira, A. B., Barlat, F. (2016). Experimental assessment of nonlinear elastic behaviour of dual-phase steels and application to springback prediction. *International Journal of Mechanical Sciences*, 117, 1–15.
- 56) 橋口公一 (1980). 弾塑性遷移過程を考慮した塑性構成式. *日本機械学会論文集 A 編*, 46-403, 367-377.
- 57) Chatti, S., Hermi, N. (2011). The effect of non-linear recovery on springback prediction. *Computers and Structures*, 89(13–14), 1367–1377.
- 58) Sun, L., Wagoner, R. H. (2011). Complex unloading behavior: Nature of the deformation and its consistent constitutive representation. *International Journal of Plasticity*, 27(7), 1126–1144.
- 59) Lee, J.-Y., Lee, M.-G., Barlat, F., Bae, G. (2017). Piecewise linear approximation of nonlinear unloading-reloading behaviors using a multi-surface approach, 93, 112–136.
- 60) Karafillis, A.P., Boyce, M.C. (1992). Tooling design in sheet metal forming using springback calculations. *International Journal of Mechanical Sciences*, 34(2), 113-131.
- 61) Pourboghrat, F., Chu, E. (1995). Prediction of spring-back and side-wall curl in 2-D draw bending, *Journal of Materials Processing Technology*, 50(1–4), 361-374.
- 62) Finn, M.J., Galbraith, P.C., Wu, L., Hallquist, J.O., Lum, L., Lin, T.-L. (1995). Use of a coupled explicit—implicit solver for calculating spring-back in automotive body panels. *Journal of Materials Processing Technology*, 50(1–4), 395-409.
- 63) Micari, F., Forcellese, A., Fratini, L., Gabrielli, F., Alberti, N. (1997). Springback Evaluation in Fully 3-D Sheet Metal Forming Processes. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 46(2), 167–170.
- 64) Uemori, T., Okada, T., Yoshida, F. (1998). Simulation of springback in V-bending process by elastoplastic finite element method with consideration of Bauschinger effect. *Metals and Materials*, 4(3), 311–314.
- 65) Uemori, T., Okada, T., Yoshida, F. (2000). FE analysis of springback in hat-bending with consideration

- of initial anisotropy and the Bauschinger effect, 177–180, 497–502.
- 66) Yoshida, F., Uemori, T. (2003). A model of large-strain cyclic plasticity and its application to springback simulation, 45, 1687–1702.
- 67) Eggertsen, P.-A., Mattiasson, K. (2009). On the modelling of the bending-unbending behaviour for accurate springback predictions. *International Journal of Mechanical Sciences*, 51(7), 547–563.
- 68) Yilamu, K., Hino, R., Hamasaki, H., Yoshida, F. (2010). Air bending and springback of stainless steel clad aluminum sheet. *Journal of Materials Processing Technology*, 210, 272–278.
- 69) 上森武, 澄川智史, 中哲夫, 麻寧緒, 吉田総仁 (2015). アルミニウム合金板のスプリングバックに及ぼすバウシンガ効果と異方性の影響, 軽金属, 65-22, 582–587.
- 70) Ul Hassan, H., Traphöner, H., Güner, A., Tekkaya, A. E. (2016). Accurate springback prediction in deep drawing using pre-strain based multiple cyclic stress-strain curves in finite element simulation. *International Journal of Mechanical Sciences*, 110, 229–241.
- 71) Lee, J., Lee, J., Lee, M., Barlat, F. (2012). An application of homogeneous anisotropic hardening to springback prediction in pre-strained U-draw / bending. *International Journal of Solids and Structures*, 49(25), 3562–3572.
- 72) Choi, J., Lee, J., Bae, G., Barlat, F., Lee, M. (2016). Evaluation of Springback for DP980 S Rail Using Anisotropic Hardening Models, 68(7), 1850–1857.
- 73) Lee, J., Lee, M., Barlat, F. (2012). Finite element modeling using homogeneous anisotropic hardening and application to spring-back prediction. *International Journal of Plasticity*, 29, 13–41.
- 74) Gomes, C., Onipede, O., Lovell, M. (2005). Investigation of springback in high strength anisotropic steels. *Journal of Materials Processing Technology*, 159, 91–98.
- 75) Xue, X., Liao, J., Vincze, G., Sousa, J., Barlat, F., Gracio, J. (2016). Modelling and sensitivity analysis of twist springback in deep drawing of dual-phase steel. *Materials and Design*, 90, 204–217.
- 76) Morestin, F., Boivin, M. (1996). On the necessity of taking into account the variation in the Young modulus with plastic strain in elastic-plastic software. *Nuclear Engineering and Design*, 162, 107–116.
- 77) Zang, S. L., Liang, J., Guo, C. (2007). Short communication A constitutive model for spring-back prediction in which the change of Young's modulus with plastic deformation is considered. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 47, 1791–1797.
- 78) Eggertsen, P.-A., Mattiasson, K. (2009). On the modelling of the bending – unbending behaviour for accurate springback predictions. *International Journal of Mechanical Sciences*, 51(7), 547–563.
- 79) Yu, H.Y. (2009). Variation of elastic modulus during plastic deformation and its influence on springback. *Materials and Design*, 30(3), 846–850.
- 80) Kim, H., Kimchi, M., Kardes, N., Altan, T. (2011). Effects of variable elastic modulus on springback predictions in stamping advanced high-strength steels (AHSS). *Proceedings of ICTP*, 628–633.
- 81) Zang, S., Lee, M., Kim, J. H. (2013). Evaluating the significance of hardening behavior and unloading modulus under strain reversal in sheet springback prediction. *International Journal of Mechanical Sciences*, 77, 194–204.
- 82) Lee, J., Lee, J.-Y., Barlat, F., Wagoner, R. H., Chung, K., Lee, M. (2013). Extension of quasi-plastic-

elastic approach to incorporate complex plastic flow behavior – application to springback of advanced high-strength steels. *International Journal of Plasticity*, 45, 140–159.

## 第 2 章

- 1) Hollomon, J.H. (1945). Tensile deformation. *Trans. AIME.*, 162, 268-290.
- 2) Ludwik, P. (1909). *Elements de technologischen Mechanik*. Berlin: J.Springer.
- 3) Voce, E. (1948). The relationship between stress and strain for homogeneous deformation. *J. Inst. Met.*, 74, 537–62.
- 4) Swift, H.W. (1952). Plastic instability under plane stress. *J. Mech. Phys. Solids*, 1, 1-18.
- 5) Prager, W. (1956). A new method of analyzing stresses and strains in work hardening plastic solids. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 23, 493-496.
- 6) Ziegler, H. (1959). A modification of Prager's hardening rule. *Quarterly of Applied Mathematics*, 17, 55–65.
- 7) Armstrong, P.J., Frederick, C.O. (1966). A Mathematical Representation of the Multiaxial Bauschinger Effect. G.E.G.B. Report RD/B/N 731.
- 8) Lemaitre, J., Chaboche, J-L. (1990). *Mechanics of solid materials*. Cambridge University Press, Cambridge.
- 9) Yoshida, F., Uemori, T. (2002). A model of large-strain cyclic plasticity describing the Bauschinger effect and workhardening stagnation. *International Journal of Plasticity*, 18, 661–686.
- 10) Banabic, D., Balan, T., Comsa, D.S. (2000). A new yield criterion for orthotropic sheet metals under plane-stress condition. In: TPR2000, Cluj-Napoca, Romania, May 11–12, 217-224.
- 11) Yoshida, F., Hamasaki, H., Uemori, T. (2013). A user-friendly 3D yield function to describe anisotropy of steel sheets, *International Journal of Plasticity* 45, 119-139.
- 12) Hill, R. (1948). A theory of yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proceedings of the Royal Society of London Series A* 193, 281–297.
- 13) Barlat, F., Brem, J. C., Yoon, J. W., Chung, K., Dick, R. E., Lege, D. J., Pourboghrat, F., Choi, S.-H., Chu, E. (2003). Plane stress yield function for aluminum alloy sheets-Part I:theory. *International Journal of Plasticity*, 19, 1297-1319.
- 14) Yoshida, F., Uemori, T., Fujiwara, K. (2002). Elastic – plastic behavior of steel sheets under in-plane cyclic tension – compression at large strain. *International Journal of Plasticity*, 18, 633–659.

## 第 3 章

- 1) Geng L., Wagoner R.H. (2000). Springback analysis with a modified hardening model. SAE Technical Paper 2000-01-0768, *Sheet Metal Forming: SingTang65th Anniversary Volume*, SP-1536, SAE, 2000.
- 2) Yoshida, F., Uemori, T. (2003). A model of large-strain cyclic plasticity and its application to springback simulation, 45, 1687–1702.
- 3) Morestin, F., Boivin, M. (1996). On the necessity of taking into account the variation in the Young modulus with plastic strain in elastic-plastic software. *Nuclear Engineering and Design*, 162, 107–116.

- 4) Zang, S., Lee, M., Kim, J. H. (2013). Evaluating the significance of hardening behavior and unloading modulus under strain reversal in sheet springback prediction. *International Journal of Mechanical Sciences*, 77, 194–204.
- 5) Cleveland, R. M., Ghosh, A. K. (2002). Inelastic effects on springback in metals. *International Journal of Plasticity*, 18, 769–785.
- 6) Hamasaki, H., Hattori, Y., Furukawa, K., Yoshida, F. (2014). Bauschinger effect during unloading of cold-rolled copper alloy sheet and its influence on springback deformation after U-bending. *Procedia Engineering*, 81, 969–974.
- 7) Verma, R. K., Haldar, A. (2007). Effect of normal anisotropy on springback. *International Journal of Plasticity*, 190, 300–304.
- 8) Gomes, C., Onipede, O., Lovell, M. (2005). Investigation of springback in high strength anisotropic steels. *Journal of Materials Processing Technology*, 159, 91–98.
- 9) 北川孟 (1980). 冷延軟鋼板における集合組織とヤング率の異方性. *材料*, 29 (322), 691-697.
- 10) 米村繁, 河内毅, 杉浦夏子, 樋渡俊二, 丹羽俊之, 吉田亨 (2017). 弾性異方性を示す鋼板の角筒のねじり剛性. *日本機械学会論文集*, 83(845), 1-11.

#### 第4章

- 1) Wong, T. E., Johnson, G. C. (1988). On the Effects of Elastic Nonlinearity in Metals. *Transactions of the ASME*, 110, 332–337.
- 2) Luo, L., Ghosh, A. K. (2003). Elastic and inelastic recovery after plastic deformation of DQSK steel sheet. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 125, 237–246.
- 3) Andar, M. O., Kuwabara, T., Yonemura, S., Uenishi, A. (2010). Elastic-plastic and inelastic characteristics of high strength steel sheets under biaxial loading and unloading. *ISIJ International*, 50 (4), 613–619.
- 4) Korkolis, Y. P., Deng, N., Kuwabara, T. (2014). Biaxial unloading and springback behavior of dual-phase DP590 steel using cruciform specimens. *AIP Conference Proceedings*, 1567, 700–704.
- 5) 上森武, 倉光徹, 三登修司, 日野隆太郎, 中哲夫, 吉田総仁 (2009). 二軸応力経路が変化する場合の高張力鋼板の弾塑性変形挙動. *塑性と加工*, 50 (576), 39-43.
- 6) Mulder, J., Vegter, H., Aretz, H., Keller, S., Boogaard, A. H. Van Den. (2015). Accurate determination of flow curves using the bulge test with optical measuring systems. *Journal of Materials Processing Technology*, 226, 169–187.
- 7) Hill, R. (1950). A theory of the plastic bulging of a metal diaphragm by lateral pressure. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 41(322), 1133–1142.
- 8) Cleveland, R. M., Ghosh, A. K. (2002). Inelastic effects on springback in metals. *International Journal of Plasticity*, 18, 769–785.
- 9) Pérez, R., Benito, J. A., Prado, J. M. (2005). Study of the Inelastic Response of TRIP Steels after Plastic Deformation. *ISIJ International*, 45 (12), 1925–1933.
- 10) Pavlina, E. J., Lee, M., Barlat, R. I. C. (2015). Observations on the nonlinear unloading behavior of

advanced high strength Steels. METALLURGICAL AND MATERIALS TRANSACTIONS A, 46A, 18–22.

- 11) Mecking, H., Kocks, U.F. (1981). Kinetics of Flow and Strain-Hardening, *Acta Metall.*, 29, 1865–1875.
- 12) Zhonghua, L. I., Haicheng, G. U. (1990). Bauschinger Effect and Residual Phase Stresses in Two Ductile-Phase Steels: Part II . The Effect of Microstructure and Mechanical Properties of the Constituent Phases on Bauschinger Effect and Residual Phase Stresses. *Metallurgical Transactions A*, 21, 725–732.

## 第 5 章

- 1) Armstrong, P.J., Frederick, C.O., 1966. A Mathematical Representation of the Multiaxial Bauschinger Effect. G.E.G.B. Report RD/B/N 731.
- 2) Yoshida, F., Uemori, T. (2002). A model of large-strain cyclic plasticity describing the Bauschinger effect and workhardening stagnation. *International Journal of Plasticity*, 18, 661–686.
- 3) Barlat, F., Gracio, J. J., Lee, M., Rauch, E. F., Vincze, G. (2011). An alternative to kinematic hardening in classical plasticity. *International Journal of Plasticity*, 27, 1309–1327.
- 4) Hill, R. (1948). A theory of yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proceedings of the Royal Society of London Series A* 193, 281–297.
- 5) Banabic, D., Balan, T., Comsa, D.S. (2000). A new yield criterion for orthotropic sheet metals under plane-stress condition. In: TPR2000, Cluj-Napoca, Romania, May 11–12, 217-224.
- 6) Barlat, F., Brem, J. C., Yoon, J. W., Chung, K., Dick, R. E., Lege, D. J., Pourboghrat, F., Choi, S.-H., Chu, E. (2003). Plane stress yield function for aluminum alloy sheets-Part I:theory. *International Journal of Plasticity*, 19, 1297-1319.
- 7) Yoshida, F., Hamasaki, H., Uemori, T. (2013). A user-friendly 3D yield function to describe anisotropy of steel sheets, *International Journal of Plasticity* 45, 119-139.
- 8) Caceres, C.H., Sumitomo, T., Veidt, M. (2003). Pseudoelastic behaviour of cast magnesium AZ91 alloy under cyclic loading – unloading. *Acta Materialia*, 51, 6211–6218.
- 9) Kim, H., Kim, C., Barlat, F., Pavlina, E., Lee, M.-G. (2013). Nonlinear elastic behaviors of low and high strength steels in unloading and reloading. *Materials Science & Engineering A*, 562, 161–171.
- 10) Pavlina, E. J., Lee, M., Barlat, R. I. C. (2015). Observations on the nonlinear unloading behavior of advanced high strength Steels. METALLURGICAL AND MATERIALS TRANSACTIONS A, 46A, 18–22.
- 11) Morestin, F., Boivin, M. (1996). On the necessity of taking into account the variation in the Young modulus with plastic strain in elastic-plastic software. *Nuclear Engineering and Design*, 162, 107–116.
- 12) Zang, S., Lee, M., Kim, J. H. (2013). Evaluating the significance of hardening behavior and unloading modulus under strain reversal in sheet springback prediction. *International Journal of Mechanical Sciences*, 77, 194–204.
- 13) 橋口公一 (1980). 弾塑性遷移過程を考慮した塑性構成式. 日本機械学会論文集 A 編, 46-403, 367-377.

- 
- 14) Sun, L., Wagoner, R. H. (2011). Complex unloading behavior : Nature of the deformation and its consistent constitutive representation. *International Journal of Plasticity*, 27(7), 1126–1144.
  - 15) Lee, J.-Y., Lee, M.-G., Barlat, F., Bae, G. (2017). Piecewise linear approximation of nonlinear unloading-reloading behaviors using a multi-surface approach, 93, 112–136.
  - 16) Lee, J., Lee, J.-Y., Barlat, F., Wagoner, R. H., Chung, K., Lee, M. (2013). Extension of quasi-plastic-elastic approach to incorporate complex plastic flow behavior – application to springback of advanced high-strength steels. *International Journal of Plasticity*, 45, 140–159.

## 謝辞

本研究を遂行するにあたり，研究の方針・内容につきまして熱心に適切なご指導を頂きました広島大学大学院工学研究科の吉田総仁教授に厚く御礼申し上げます。菅田淳教授，佐々木元教授，日野隆太郎准教授には学位論文の副査として論文をまとめるにあたりご指導をいただきました。また，本論文をまとめる出発点ともいえる広島大学大学院博士課程修士課程での研究でご指導いただきました上森武先生（岡山大学大学院自然科学研究科准教授（元広島大学大学院工学研究科助教））に深く感謝申し上げます。

また，ドルトムント工科大学 IUL での2年間の留学研究でご指導頂きました A. Erman Tekkaya 教授に心から感謝いたします。また，留学研究で日々のディスカッションにて多くのご助言を頂きました IUL の Clausmeyer 博士，材料試験のサポートをして頂いた Traphöner 氏と Ortelt 氏に感謝申し上げます。

JFE スチール株式会社薄板加工技術研究部 占部俊明 前部長（現：主席研究員）には学位取得の機会を与えて頂き，平本 部長，石渡 GL には常日頃から熱心なご指導頂きました。ここに感謝の意を表します。

国際計測器株式会社の真崎様，田代様，森本様には多機能二軸引張圧縮試験機の導入や改良で大変お世話になりました。ご尽力のおかげで緻密で正確な実験データを得ることができました。

最後に，日々支えてくれた妻と頑張る気力を与えてくれた2人の子供たちに心から感謝します。

平成30年3月 澄川 智史